Pentagon : Jurnal Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Volume. 2, Nomor. 4, Tahun 2024
e-ISSN : 3062-8652, dan p-ISSN : 3048-1732, Hal. 177-184
DOI: https://doi.org/10.62383/pentagon.v2i4.317
Available online at: https://journal.arimsi.or.id/index.php/Pentagon

Visualisasi Interaktif Permukaan dalam Ruang Tiga Dimensi: Analisis Geometris dengan GeoGebra

Bali Sahputri Tarigan[1], Lauren Teresia Tamba[2*], Tantory Yahya Purba[3]
Email: balisahputitarigan@gmail.com[1], laurenteresiatamba@gamail.com[2], tantorypurba1503@gmail.com[3]
[1,2,3] Program Studi Matematika, Universitas Negeri Medan, Indonesia

Alamat: Jalan Williamm Iskandar Ps. V, Kenangan Baru, Kec. Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara 20371
**Korespondensi penulis:* laurenteresiatamba@gmail.com

Abstract. *Surfaces in three-dimensional space can be represented through explicit, parametric and implicit equations, which describe the relationship between the variables x, y and z. Graphs of linear equations produce flat planes, while quadratic equations form objects such as spheres or ellipsoids. In this research, a theoretical approach is combined with interactive visualization to analyze various surface shapes. Through the use of GeoGebra software, this analysis makes it easier to understand surface orientation and shape, such as normal vectors and curvature, as well as applications in vector fields. This research also investigates the concepts of Cartesian coordinates in three-dimensional space, by depicting surfaces in the form of graphs of functions of two variables. It is hoped that the results of this research can provide deeper insight into the geometric properties of surfaces and how to visualize them effectively in mathematics and physics applications.*

Keywords *Three-dimensional surfaces, GeoGebra, visualization, normal vectors, curvature.*

Abstrak. Permukaan dalam ruang tiga dimensi dapat direpresentasikan melalui persamaan eksplisit, parametrik, dan implisit, yang menggambarkan hubungan antara variabel x, y dan z. Grafik persamaan linier menghasilkan bidang datar, sedangkan persamaan kuadrat membentuk objek seperti bola atau elipsoid. Dalam penelitian ini, pendekatan teoritik dikombinasikan dengan visualisasi interaktif untuk menganalisis berbagai bentuk permukaan. Melalui penggunaan perangkat lunak GeoGebra, analisis ini mempermudah pemahaman orientasi dan bentuk permukaan, seperti vektor normal dan kelengkungan, serta aplikasi dalam medan vektor. Penelitian ini juga menyelidiki konsep-konsep koordinat kartesius dalam ruang tiga dimensi, dengan menggambarkan permukaan berupa grafik fungsi dua variabel. Diharapkan, hasil penelitian ini dapat memberikan wawasan lebih dalam mengenai sifat geometris permukaan dan cara visualisasinya yang efektif dalam aplikasi matematika dan fisika.

Kata kunci: Permukaan tiga dimensi, GeoGebra, visualisasi, vektor normal, kelengkungan.

1. LATAR BELAKANG

Permukaan dalam ruang tiga dimensi memainkan peran penting dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk matematika, fisika, dan teknik. Dalam konteks geometri, permukaan dapat direpresentasikan melalui berbagai bentuk persamaan, seperti eksplisit, parametrik, dan implisit. Representasi ini memungkinkan kita untuk menggambarkan objek-objek geometri yang kompleks, mulai dari bidang datar hingga bentuk-bentuk yang lebih rumit seperti bola, elipsoid, atau permukaan kuadratik lainnya.

Namun, meskipun konsep permukaan ini sangat fundamental, visualisasi dan pemahaman orientasi permukaan dalam ruang tiga dimensi seringkali menjadi tantangan. Ketika grafik fungsi atau permukaan ditampilkan pada bidang datar, kita sering kesulitan memahami bagaimana posisi dan orientasi objek tersebut dalam ruang. Oleh karena itu,

Received November 04, 2024; Revised November 18, 2024 Accepted November 02, 2024; Published Desember

diperlukan alat bantu yang dapat menyajikan grafik dalam ruang tiga dimensi secara interaktif.(Sari, 2019)

GeoGebra, sebagai perangkat lunak matematika dinamis, menawarkan solusi untuk memvisualisasikan permukaan secara lebih intuitif. Dengan menggunakan GeoGebra, kita dapat memanipulasi parameter-parameter yang membentuk permukaan dan dengan mudah melihat perubahan bentuknya dalam ruang tiga dimensi. Hal ini memudahkan kita untuk menganalisis sifat-sifat geometris permukaan, seperti vektor normal dan kelengkungan, yang sangat penting dalam aplikasi analisis medan vektor dan pemodelan matematika.

Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi representasi permukaan dalam ruang tiga dimensi dan memanfaatkan GeoGebra sebagai alat untuk visualisasi dan analisis geometris yang lebih mendalam.(Putri & Yahfizham, 2024)

2. KAJIAN TEORITIS

Permukaan dalam ruang tiga dimensi adalah himpunan semua titik (x, y, z) yang koordinatnya berupa bilangan-bilangan yang memenuhi persamaan tersebut. Grafik suatu persamaan dalam ruang tiga dimensi disebut permukaan. Dua grafik ruang tiga dimensi yang sangat mudah dibuat adalah grafik persamaan linier dan grafik persamaan kuadrat. Grafik persamaan linier yang paling sederhana adalah bidang, sedangkan grafik persamaan kuadrat adalah bola.

Ketika grafik fungsi yang dinyatakan dalam ruang tiga dimensi (3D) ditampilkan pada permukaan datar, mungkin sulit untuk memahami orientasi dan posisinya. Untuk mengatasi masalah ini, grafik fungsi juga dimasukkan ke dalam ruang 3D, dan "trek" ditempatkan pada bidang yang orientasinya mudah dilihat, yaitu bidang XY, XZ, YZ. Hal ini juga memudahkan menggambar grafik fungsi dalam bentuk "sketsa grafis".

Grafik dari sebuah fungsi kita dapatkan dengan menghubungkan titik-titik yang bersesuaian antara variable bebas dan variable terikatnya. Untuk fungsi satu variable, kita dapat menggambarkan grafik fungsi pada sumbu koordinat yang terdiri dari sumbu-x dan sumbu-y. Sedangkan untuk fungsi dua variable sumbu koordinatnya terdiri dari sumbu-x, sumbu-y, dan sumbu-z.

Permukaan dapat direpresentasikan dalam tiga bentuk utama, yakni:

- **Eksplisit:** $z = f(x, y)$, di mana $f(x, y)$ adalah fungsi dua variable yang menggambarkan hubungan antara x dan y.

- **Parametrik:** $r(u,v) = \big(x(u,v), y(u,v), z(u,v)\big)$, di mana (u,v) adalah parameter bebas yang menggambarkan permukaan dalam ruang tiga dimensi.
- **Implisit:** $F(x,y,z) = 0$, yang menyatakan hubungan antara ketiga variable x, y, z tanpa secara eksplisit mendefinisikan z.

Untuk sifat geometris permukaan terdapat **Vector Normal** yang di mana vector tegak lurus terhadap permukaan di suatu titik. Vector ini sangat penting dalam analisis fluks dan orientasi permukaan. **Kelengkungan Permukaan** di mana suatu permukaan pada titik tertentu menggambarkan bagaimana permukaan tersebut "membengkok".

Pada orientasi permukaan mengacu pada arah vector normal permukaan, yang memiliki pengaruh besar dalam aplikasinya, terutama dalam pemodelan medan vector. Permukaan ini memiliki arah normal yang konsisten di seluruh permukaan, sementara permukaan non-orientable, seperti Moebius strip tidak memiliki arah normal yang konsisten.

3. METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini, pendekatan yang digunakan adalah kombinasi antara teori dan visualisasi interaktif untuk menganalisis permukaan:(Putri et al., 2024)

1. Kajian Literatur: Studi ini memulai dengan tinjauan teori dasar tentang permukaan dan representasi matematisnya, termasuk konsep vektor normal dan kelengkungan.
2. Analisis Representasi Permukaan: Permukaan dipelajari melalui bentuk eksplisit, parametrik, dan implisit, dengan fokus pada kelebihan dan kekurangan masing-masing representasi.(Anisah et al., 2021)
3. Visualisasi dengan GeoGebra: GeoGebra digunakan untuk menggambarkan permukaan secara dinamis. Dengan memanipulasi parameter, visualisasi memberikan gambaran yang jelas tentang bagaimana bentuk permukaan berubah sesuai perubahan nilai parameter.
4. Eksplorasi Sifat Geometris: Melalui visualisasi, sifat geometris seperti vektor normal dan kelengkungan dapat dianalisis secara langsung dan lebih mudah dipahami.(Ahmad Azzam et al., 2024)

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Koordinat Kartesius Dalam Ruang Dimensi 3

Secara formal definisi system koordinat kartesius pada ruang berdimensi 3 adalah *Cartesian Product* $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\{(x, y, z)|x, y, z \in \mathbb{R}\}$ yang merupakan himpunan pasangan berurutan tiga bilanagn rill dan dinotasikan $\mathbb{R}^3$. Kita telah memperoleh korespondensi satu-satu antar titik P pada ruang dan pasangan berurutan (a,b,c) di $\mathbb{R}^3$ yang dinamakan dengan **system koordinat persegi Panjang tiga dimensi.** Sebagai contoh.(Aliyah & Fanirin, 2022)

Plot di $\mathbb{R}^3$ grafik yang merepresentasikan fungsi berikut.

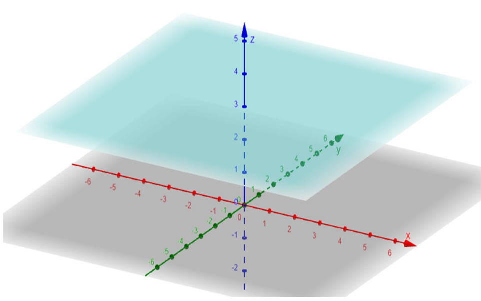
a. $z = 3$

b. $y = 5$

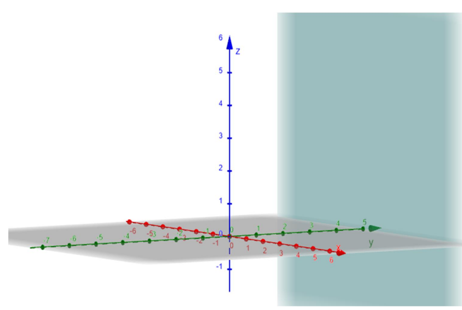
Penyelesaian:

a. Persamaan $z = 3$ merepresentasikan himpunan $\{(x, y, z)|z = 3\}$ yang merupakan himpunan seluruh titik-titik di $\mathbb{R}^3$ yang koordinat-z nya adalah 3. Grafiknya adalah bidang horizontal yang sejajar dengan-xy dan 3 satuan di atasnya sebagaimana dalam gambar (a).

b. Persamaan $y = 5$ merepresentasikan himpunan seluruh titik-titik di $\mathbb{R}^3$ yang koordinat-z nya adalah 5. Grafiknya adalah bidang horizontal yang sejajar dengan-xy dan 5 satuan di atasnya sebagaimana dalam gambar (b).



Gambar (a) $z = 3$



Gambar (b) y = 5

Definisi Fungsi Dua Variabel

Pada penelitian ini diberikan sejumlah soal terkait permukaan di ruang dalam fungsi dua variable. Fungsi ini didefinisikan sebagai sebuah fungsi bernilai real dari dua variable real, yakni fungsi f yang memadankan setiap pasangan terurut (x, y) pada suatu himpunan D dari bidang dengan bilanagn real tunggal $f(x, y)$. Sebagai contoh:(Spaan & van Naerssen, 2018)

e-ISSN : 3062-8652, dan p-ISSN : 3048-1732, Hal. 177-184

Sketsalah grafik fungsi berikut.

$f(x,y) = \frac{1}{3}\sqrt{36 - -9x^2 - 4y^2}$

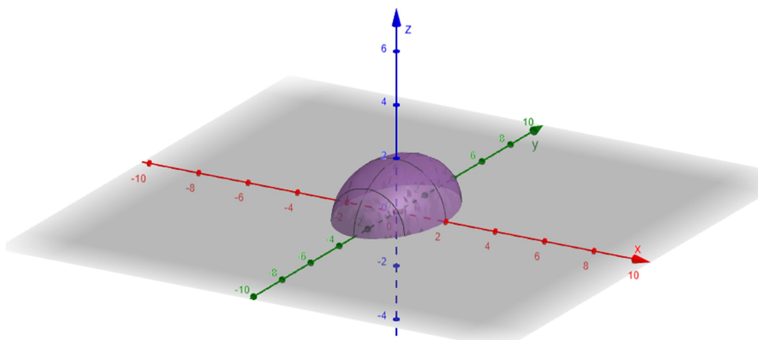
$Misal\ z = \frac{1}{3}\sqrt{36 - -9x^2 - 4y^2}\ dan\ perhatikan\ bahwa\ z \geq 0.$

$Jika\ kedua\ ruas\ dikuadratkan\ dan\ disederhanakan, maka\ diperoleh\ persamaan\ elipsoida.$

$$9x^2 - 4y^2 + 9z^2 = 36$$

$Solusi$

$Grafik\ fungsi\ dditunjukkan\ sebagai\ berikut.$



Gambar (c) $\boldsymbol{f(x,y) = \frac{1}{3}\sqrt{36 - -9x^2 - 4y^2}}$

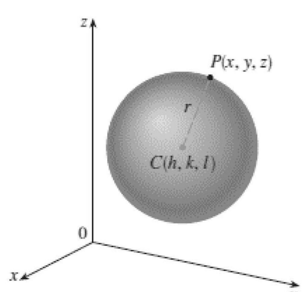
Bola dan Persamaannya

Berdasarkan definisi, bola adalah himpunan semua titik-titik $P(x,y,z)$ yang memiliki arak yang sama C yaitu r sebagaimana dalam gambar (d). maka titik P berada pada permukaan bola jika dan hanya jika $|PC| = r$. Dengan mengkuadratkan kedua sisi didapat:

$$|PC|^2 = r^2$$

Sehingga didapat rmus persamaan bola adalah

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 + (z-l)^2 = r^2$$



Gambar (d) posisi titik pada bola

Rumus Titik Tengah

Jika $P_1(x_1, y_1, z_1)$ dan $P_2(x_2, y_2, z_2)$ adalah titik-titik ujung suatu ruas garis, maka titik tengah $M(m_1, m_2, m_3)$ mempunyai koordinat

$$m_1 = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad m_2 = \frac{y_1 + y_2}{2} \qquad m_3 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Dalam penelitian ini, telah ditemukan bahwa representasi permukaan dalam ruang tiga dimensi—baik dalam bentuk eksplisit, parametrik, maupun implisit—memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing dalam menggambarkan berbagai objek geometris. Penggunaan perangkat lunak GeoGebra sebagai alat visualisasi interaktif sangat membantu dalam memperjelas orientasi dan bentuk permukaan, yang sulit dipahami hanya melalui persamaan matematis. Melalui manipulasi parameter pada GeoGebra, kita dapat dengan mudah mengamati perubahan bentuk permukaan dan menganalisis sifat-sifat geometrisnya, seperti vektor normal dan kelengkungan.(Tarihoran et al., 2021)

Selain itu, penelitian ini menunjukkan bahwa konsep vektor normal dan kelengkungan permukaan sangat penting dalam aplikasi lebih lanjut, seperti dalam analisis fluks dan pemodelan medan vektor. Pemahaman yang lebih baik mengenai orientasi permukaan juga menjadi kunci dalam studi permukaan non-orientable, seperti Moebius strip, yang tidak memiliki arah normal konsisten.(Rahman, 2018)

Sebagai saran, pengembangan lebih lanjut dapat dilakukan dengan mengintegrasikan GeoGebra dengan perangkat lunak pemodelan 3D lainnya untuk menghasilkan visualisasi yang lebih kompleks dan dinamis. Selain itu, eksperimen lebih lanjut dapat dilakukan untuk mengeksplorasi aplikasi konsep-konsep ini dalam bidang fisika dan teknik, terutama dalam simulasi medan dan interaksi permukaan dalam ruang tiga dimensi.(Budhi, 2015)

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan dalam penyelesaian penelitian ini. Terutama kepada pengembang perangkat lunak GeoGebra, yang telah menyediakan alat yang sangat berguna dalam visualisasi interaktif permukaan tiga dimensi. Ucapan terima kasih juga disampaikan kepada para pengarah dan dosen yang telah memberikan bimbingan dan masukan berharga dalam penulisan ini. Tidak lupa, penulis juga berterima kasih kepada

keluarga dan teman-teman yang selalu memberikan dukungan moral selama proses penelitian. Semoga penelitian ini dapat memberikan kontribusi positif bagi pengembangan studi geometri dan aplikasinya. (Paradesa, 2016)

DAFTAR REFERENSI

Ahmad Azzam, Z., Erviantono, T., Wayan Radita Novi Puspitasari, N., & Penulis, K. (2024). Black Lives Matter: Gerakan sosial dan pengaruhnya terhadap kondisi politik Amerika Serikat. Jurnal Relasi Publik, 2(2), 1–09. https://doi.org/10.59581/jrp-widyakarya.v2i2.3029

Aliyah, R., & Fanirin, M. H. (2022). Analisis kesulitan belajar matematika pada siswa kelas VI Madrasah Ibtidaiyah Darurrohman Kertanegara Haurgeulis. SALAM: Jurnal Sosial Dan Budaya Syar-I, 9(6), 1783–1796. https://doi.org/10.15408/sjsbs.v9i6.28098

Anisah, N., Sartika, M., & Kurniawan, H. (2021). Penggunaan media sosial Instagram dalam meningkatkan literasi kesehatan pada mahasiswa. Jurnal Peurawi: Media Kajian Komunikasi Islam, 4(2), 94. https://doi.org/10.22373/jp.v4i2.11080

Brzezinski, T. (n.d.). Exploring cross section and surface of revolution intuitively. GeoGebra. Retrieved from https://www.geogebra.org/m/aavgbgnt

Budhi, W. S. (2015). Geometri di bidang Euclid. Repository.Ut.Ac.Id, 1–21. http://repository.ut.ac.id/4364/1/MPMT5201-M1.pdf

Chivai, C. H., Soares, A. A., & Catarino, P. (2024). Promotion of spatial visualization with GeoGebra and Qubism 3D software. Educ. Pesqui., 50, e275201. Retrieved from https://www.scielo.br

GeoGebra. (n.d.). 3D calculator - GeoGebra. Retrieved from https://www.geogebra.org/3d

Paradesa, R. (2016). Pengembangan bahan ajar geometri transformasi berdasarkan visual. Jurnal Pendidikan Matematika JPM RAFA, 2(1), 56–84.

Ponce Campuzano, J. C. (n.d.). Plotting 3D surfaces. GeoGebra. Retrieved from https://www.geogebra.org/m/jmTFk4eg

Putri, A. I., & Yahfizham. (2024). Analisis perbandingan algoritma pada TikTok dan Instagram sebagai content media dalam pemasaran. 3(1).

Putri, A. I., Meilinda, N., Rahmadsyah, F., & Zulham. (2024). Penerapan habits membaca sebagai rekontruksi historical peradaban Islam di era modern. 3(1).

Rahman, A. (2018). Strategi belajar mengajar matematika. In Buku.

Sari, P. (2019). Analisis strategi mahasiswa dalam menentukan turunan fungsi dengan metode diferensiasi logaritmik. Jurnal Riset Pendidikan Dan Inovasi Pembelajaran Matematika (JRPIPM), 2(1), 1. https://doi.org/10.26740/jrpipm.v2n1.p001-014

Soares, A. A., & Catarino, P. (2022). Application of GeoGebra in the teaching of descriptive geometry: Sections of solids. Mathematics, 10(17), 3034. https://doi.org/10.3390/math10173034. Retrieved from https://www.mdpi.com

Spaan, E., & van Naerssen, T. (2018). Migration decision-making and migration industry in the Indonesia–Malaysia corridor. Journal of Ethnic and Migration Studies, 44(4), 680–695. https://doi.org/10.1080/1369183X.2017.1315523

Tarihoran, D., Nau Ritonga, M., & Lubis, R. (2021). Teori belajar Robert Mills Gagne dan penerapan dalam pembelajaran matematika. JURNAL MathEdu (Mathematic Education Journal), 4(3), 32–38. https://doi.org/10.37081/mathedu.v4i3.2242