

Jenis Kesalahan Pada Pembuktian Matematis : *Systematic Literature Review*

Irda Aulia Hadi Lubis

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara
irda0305213069@uinsu.ac.id

Rusi Ulfa Hasanah

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara
rusiulfahasanah@uinsu.ac.id

Khairunnisa Tanjung

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara
khairunnisa0305213057@uinsu.ac.id

Lisra Mahfirah

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara
lisra0305213051@uinsu.ac.id

Alamat: JL. Wiliam Iskandar Ps. V, Medan Estate, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang,
Sumatra Utara

Korespondensi penulis: irda0305213069@uinsu.ac.id

Abstract. *The aim of this Systematic Literature Review research is to find a way that can help overcome the problems faced and identify different points of view regarding the problem being researched and reveal theories that are relevant to the problems in the research. The research method used is literature study. Electronic databases used by researchers include Google Scholar, Garuda. Next, all articles are extracted and only articles that are relevant and meet the inclusion criteria will be analyzed. The results of the research suggest that the main type of error in mathematical proof is conceptualization error. Students do not understand the meaning of the questions due to a lack of basic understanding and lack of literacy to understand the meaning of the questions given. This must be explored further to strengthen understanding of concepts and mastery of techniques and strategies in mathematical proof.*

Keyword: *Systematic Literature Review, inclusion, mathematical proof.*

Abstrak. Tujuan dari penelitian *Systematic Literature Review* ini adalah untuk mendapatkan cara yang dapat membantu mengatasi masalah yang dihadapi serta mengidentifikasi sudut pandang yang berbeda mengenai masalah yang sedang diteliti serta mengungkap teori yang relevan dengan permasalahan dalam penelitian. Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur. Database elektronik yang digunakan Peneliti antara lain Google scholar, Garuda. Selanjutnya semua artikel diekstraksi dan hanya artikel relevan dan memenuhi kriteria inklusi saja yang akan dianalisis. Hasil dari penelitian yang dikemukakan jenis kesalahan dalam pembuktian matematis yang utama itu kesalahan konseptual. Siswa atau Mahasiswa tidak mengerti maksud dari soal karena kurangnya pemahaman dasar dan kurangnya literasi untuk memahami maksud soal yang diberi. Hal ini harus ditinjau lanjut untuk memperkuat pemahaman konsep dan penguasaan teknis dan strategi pada pembuktian matematis.

Kata kunci: Systematic Literature Review, inklusi, pembuktian matematis.

LATAR BELAKANG

Matematika merupakan ilmu universal dan menjadi dasar dari seluruh ilmu pengetahuan. Mengapa? Karena semua jenjang pendidikan selalu mencakup matematika, dan semua jenjang universitas juga mencakup matematika. Program studinya mencakup

matematika. Matematika memegang peranan yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari (Pujilestari, 2018). Menurut S. (Sholiha & Mahmudi, 2015), False dinyatakan sebagai bidang penelitian yang berperan penting dalam dunia pendidikan dan pemecahan masalah. Kehidupan sehari-hari adalah matematika. Tidak semua soal merupakan soal matematika, namun matematika mempunyai peranan penting dalam menjawab permasalahan sehari-hari (Sulistiyawati, 2018). Mereka yang mempelajari matematika diharapkan mampu berpikir kritis, logis, cermat, efektif, sistematis dan efisien.

Menurut (De Villiers, 1990), peran pembuktian dalam matematika adalah untuk (1) memverifikasi kebenaran suatu pernyataan dan (2) memberikan penjelasan, yaitu memberikan wawasan mengapa suatu pernyataan itu benar (3) mengorganisasikan pengetahuan ke dalam sistem deduktif aksiomatik, (4) menemukan konsep baru, dan (5) mengkomunikasikan pengetahuan matematika. Hal serupa juga terjadi pada Knuth (2002) yang mengatakan bahwa peran pembuktian dalam matematika adalah untuk (1) memverifikasi kebenaran suatu pernyataan, (2) menjelaskan mengapa suatu pernyataan itu benar, dan (3) memberikan pengetahuan matematika (4) menemukan atau menciptakan pengetahuan matematika baru dan (5) menyusun pernyataan-pernyataan dalam suatu sistem aksiomatik.

Namun kenyataannya banyak siswa yang kesulitan mempelajari bukti. Peneliti menyadari hal ini melalui pengalamannya sebagai instruktur yang mengajar mata kuliah analisis dunia nyata. Moore (dalam [10]) menemukan tujuh alasan utama mengapa siswa mengalami kesulitan menulis pembuktian. Artinya, (1) siswa belum mengetahui definisinya. Artinya, kami tidak bisa memberikan definisi. (2) Siswa kurang memahami Draf. (3) penjelasan siswa terhadap konsep belum cukup memberikan bukti; (4) Siswa tidak mampu atau tidak mau membuat dan menggunakan sendiri. Contoh sendiri. (5) Siswa tidak mengetahui bagaimana menggunakan definisi untuk memperoleh struktur bukti secara keseluruhan. (6) Siswa tidak mampu memahami dan menggunakan bahasa dan notasi matematika. (7) Siswa tidak mengetahui bagaimana mengawali pembuktian. Berdasarkan uraian masalah di atas, peneliti ingin mengetahui lebih jauh mengenai kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis khususnya pada mata kuliah analisis real, serta mengetahui penyebab kesulitan tersebut. Hasil penelitian ini nantinya dapat digunakan sebagai referensi ketika mempelajari mata kuliah lain yang mengembangkan keterampilan analisis dan pembuktian praktis.

KAJIAN TEORITIS

Menurut para ahli pendidikan matematika, matematika adalah ilmu yang mempelajari tentang pola atau keteraturan (*patterns*) dan tingkatan (*order*). Hal ini kembali menunjukkan

bahwa guru matematika harus membantu siswanya belajar berpikir tentang pola-pola yang ada (Sadiq, 2014: xii). Pada saat yang sama, The(Siswono, 2012:2) juga mencatat kumpulan konsep matematika yang disusun oleh para ahli antara tahun 1940 hingga 1970an. Tujuan mempelajari matematika adalah agar siswa memiliki kemampuan memecahkan masalah yang salah satunya meliputi kemampuan memahami masalah (Kebudayaan, 2006).

Menurut Kamirullah (2005:25) kesalahan merupakan penyimpangan dari yang benar atau penyimpangan dari yang telah ditetapkan. Sejalan dengan pendapat diatas, Rosyidi (2005) mendefinisikan kesalahan adalah suatu bentuk penyimpangan terhadap hal yang dianggap benar atau prosedur yang telah ditetapkan sebelumnya.

Bukti adalah serangkaian argumen logis yang menjelaskan kebenaran suatu pernyataan. Argumen-argumen ini dapat berasal dari premis pernyataan itu sendiri, dari teorema lain, definisi, dan akhirnya dari postulat yang menjadi asal muasal sistem matematika. Logika di sini berarti bahwa semua langkah dari setiap argumen harus dibenarkan oleh langkah sebelumnya.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Systematic Literature Review* (SLR). Tinjauan literatur sistematis merupakan suatu metode yang dilakukan dengan cara mengkaji, mengevaluasi, dan menafsirkan berbagai penelitian yang berkaitan dengan rumusan masalah yang diteliti. Dengan menggunakan metode ini, peneliti mengidentifikasi, mengevaluasi, dan meninjau semua penelitian yang berkaitan dengan suatu masalah. Peneliti secara sistematis meninjau artikel sesuai dengan langkah-langkah yang diterapkan dalam setiap proses. Langkah-langkah melakukan tinjauan pustaka secara sistematis (Putra dan Andriani, 2021; Siregar et al., 2020), yaitu. 1) pengembangan pertanyaan penelitian; 2) mengidentifikasi artikel ilmiah; 3) mengevaluasi keterapan artikel ilmiah; 4) membuat rangkuman artikel ilmiah; 5) interpretasi hasil artikel ilmiah. Tujuan dari kajian tinjauan literatur sistematis ini adalah untuk menemukan cara mengatasi permasalahan yang muncul dan untuk mengetahui perbedaan sudut pandang terhadap permasalahan yang diteliti serta mengungkap teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan penelitian.

Database elektronik yang digunakan peneliti adalah Google Scholar, Garuda. Selanjutnya, semua artikel diekstraksi dan hanya artikel relevan yang memenuhi kriteria inklusi yang dianalisis. Proses pencarian artikel menggunakan opsi Publish or Perish 2019-2023 menghasilkan 53 artikel. Sebanyak 51 artikel menggunakan kesalahan kata kunci sebagai bukti. Kemudian cari lagi dengan kata kunci Errors in math proof, hanya ditemukan 1 artikel. Artikel

yang dicari akan dipilih sesuai dengan kriteria inklusi. Peneliti kemudian menelaah dan meneliti artikel-artikel tersebut, merangkumnya dan membuat tabulasi dengan mencantumkan nama peneliti, tahun penerbitan, jurnal dan temuan penelitian. Di akhir penelitian, peneliti membandingkan hasil penelitiannya terhadap beberapa artikel dan menarik kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses pencarian artikel dengan menggunakan Publish or Perish dengan fitur rentang tahun 2019-2023 menghasilkan 53 artikel. Sebanyak 51 artikel ini dengan menggunakan kata kunci kesalahan dalam pembuktian. Kemudian melakukan pencarian ulang dengan kata kunci Kesalahan dalam pembuktian matematik yang didapatkan hanya 1 artikel saja. Artikel yang sudah dicari dipilih berdasarkan kriteria inklusi. Masih sedikit yang membahas hal ini, di inklusi lagi berdasarkan matematis, akhirnya didapat hanya 4 artikel yang terindeks sinta dan garuda. Hasil data yang diperoleh kemudian dikasifikasikan dan dimuat pada Tabel 1.

Tabel 1. Klasifikasi Literatur Terpilih

No	Nama Penulis Dan Tahun	Nama Jurnal	Volume dan Edisi	dan Indexing	Jumlah
1	Rezky Agung Herutomo Program (2019)	Jurnal Didaktik Matematika	Vol. 6, No. 1, Hal. 53-67	Sinta 3	1
2	Nok Izatul Yazidah, Yunis Sulistyorini, Era Dewi Kartika (2022)	Focus ACTion Of Research Mathematic	Volume 4, No. 2, Juni, 2022 Page 17 - 26	Sinta 4	1
3	Dea Fitriani, Halini, Dede Suratman (2021)	Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Khatulistiwa	Vol 10, No. 6	Garuda	1
4	Nur Fauziah Siregar (2019)	Jurnal IAIN Padang Sidimpuan	Vol. 10, No. 2, Page 1-143	Sinta 5	1



Gambar 1. Kriteria Berdasarkan Tahun

Hasil data yang telah disajikan pada gambar 1 merupakan artikel mengenai analisis kesalahan dalam pembuktian selama 5 tahun terakhir, mulai dari tahun 2019 sampai 2023.

Dilakukan pencarian untuk lima tahun terakhir ternyata tidak banyak yang membahas dan menganalisis jenis kesalahan dalam pembuktian matematis. Terlihat pada gambar 1 mengenai analisis kesalahan dalam pembuktian matematis ini mengalami penurunan pada tahun 2020 tidak ada yang menganalisis.



Gambar 2. Kriteria Berdasarkan Indeks

Data yang disajikan pada gambar 2 berdasarkan pengindeks jurnal yaitu terindeks sinta dan garuda. Berdasarkan artikel yang terindeks sinta ada 3 sedangkan terindeks garuda hanya 1. Hasil penelitian pada artikel 1, mahasiswa melakukan kesalahan dalam memnuktikan yaitu penalaran dan asumsi yang tidak tepat pada pembuktian dan kesalahan penalaran pada induksi matematik dan bukti langsung (Herutomo 2019). Pada Artikel 2, Kesalahan konsep dalam memahami makna soal, kesalahan menggunakan variabel, kesalahan prinsip salah menerjemahkan soal yang ditandai dengan penulisan, serta kesalahan tidak adanya penggunaan teorema yang jelas (Yazidah, Sulistyorini, dan Kartika 2022).

Hasil Penelitian pada artikel 3, kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik. Kesalahan konseptual yang dilakukan siswa yaitu kesalahan dalam menggunakan pernyataan matematika yang dibuktikan. Kesalahan prosedural yang dilakukan siswa yaitu siswa melewati salah satu langkah pembuktian induksi matematika, kesalahan proses deduksi pembuktian pada langkah induksi, kesalahan dalam manipulasi aljabar pada langkah induksi dan tidak selesai melakukan pembuktian langkah induksi (Fitriani, Halini, dan Suratman 2021). Pada artikel 4, mahasiswa tidak mampu memenuhi indikator kemampuan pembuktian matematis sehingga mengalami kesulitan dalam memahami apa sebenarnya bukti dalam matematika, mereka tidak begitu tahu bagaimana prosedur pembuktian secara matematis, kemudian ditemukan beberapa mahasiswa masih memandang membuktikan suatu pernyataan maupun teorema dalam matematika (Siregar 2020).

Hasil dari penelitian yang dikemukakan jenis kesalahan dalam pembuktian matematis yang utama itu kesalahan konseptual. Siswa atau Mahasiswa tidak mengerti maksud dari soal karena kurangnya pemahaman dasar dan kurangnya literasi untuk memahami maksud soal yang

diberi. Hal ini harus ditinjau lanjuti untuk memperkuat pemahaman konsep dan penguasaan teknis dan strategi pada pembuktian matematis.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan *literature review* dari 4 artikel yang dipublikasikan pada tahun 2019-2023, dapat disimpulkan bahwa. Berdasarkan artikel yang terindeks sinta ada 3 sedangkan terindeks garuda hanya 1. Hasil penelitian pada artikel 1, mahasiswa melakukan kesalahan dalam memnuktikan yaitu penalaran dan asumsi yang tidak tepat pada pembuktian dan kesalahan penalaran pada induksi matematik dan bukti langsung (Herutomo 2019). Pada Artikel 2, Kesalahan konsep dalam memhami makna soal, kesalahan menggunakan variabel , kesalahan prinsip salah menerjemahkan soal yang ditandai dengan penulisan, serta kesalahan tidak adanya penggunaan teorema yang jelas (Yazidah, Sulistyorini, dan Kartika 2022).

Hasil Penelitian pada artikel 3, kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik.Kesalahan. konseptual. yang dilakukan. siswa yaitu kesalahan dalam menggunakan pernyataan matematika yang dibuktikan.Kesalahan. prosedural yang dilakukan siswa yaitu siswa melewatkan salah satu langkah pembuktian induksi matematika, kesalahan proses deduksi pembuktian pada langkah induksi, kesalahan dalam manipulasi aljabar pada langkah induksi dan tidak selesai melakukan pembuktian langkah induksi (Fitriani, Halini, dan Suratman 2021).Pada artikel 4, mahasiswa tidak mampu memenuhi indikator kemampuan pembuktian matematis sehingga mengalami kesulitan dalam memahami apa sebenarnya bukti dalam matematika, mereka tidak begitu tahu bagaimana prosedur pembuktian secara matematis, kemudian ditemukan beberapa mahasiswa masih memandang membuktikan suatu pernyataan maupun teorema dalam matematika (Siregar 2020). Hasil dari penelitian yang dikemukakan jenis kesalahan dalam pembuktian matematis yang utama itu kesalahan konseptual.Hal ini harus ditinjau lanjuti untuk memperkuat pemahaman konsep dan penguasaan teknis dan strategi pada pembuktian matematis.Kesalahan mahasiswa dalam pembuktian matematik.

UCAPAN TERIMA KASIH

Saya ucapkan terimakasih kepada pihak yang telah banyak memberikan bantuan hingga dapat tersusunnya laporan hasil penelitian ini. Kepada dosen pembimbing akademik dan semua pihak yang memberikan motivasi kepada peneliti selama melakukan penelitian.

DAFTAR REFERENSI

- Dewi, N. S., & Dasari, D. (2023). Systematic literature review: kemampuan pembuktian matematis. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(1), 240-254.
- Fitriani, Dea, Halini, Dan Dede Suratman. 2021. “Analisis Kesalahan Siswa Dalam Pembuktian Pernyataan Matematika Menggunakan Induksi Matematika Di Sekolah Menengah Atas.” *FKIP Untan Pontianak*.
- Herutomo, R. A. (2019). Kesalahan mahasiswa dalam pembuktian matematik. *Jurnal Didaktik Matematika*, 6(1), 53-67.
- Kartini, E. S. (2015). Analisa Kesulitan Pembuktian Matematis Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real. *SEMIRATA* 2015, 1(1).
- Novitasari, T.V., Aulia, A.S., & Meirani, A.P. (2023). *Systematic Literature Review (SLR): Kemampuan pemecahan masalah dalam model contextual teaching and learning bernuansa etnomatematika ditinjau dari self-Efficacy*. In *ProSANDIKA UNIKAL* Prosiding seminar nasional Pendidikan matematika Universitas Pekalongan, 4(1), 247-256.
- Siregar, N. C., Rosli, R., Maat, S. M., Alias, A., Toran, H., Mottan, K., & Nor, S. M. (2020). The impacts of mathematics instructional strategy on students with autism: A systematic literature review. *European Journal of Educational Research*, 9(2), 729–741.
- Siregar, Nur Fauziah. 2020. “Kesulitan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematis Pokok Bahasan Sifat Urutan Pada Bilangan Real.” *Jurnal IAIN Padang Sidimpuan* 11(2): 1–6.
- Yazidah, N. I., Sulistyorini, Y., & Kartika, E. D. (2022). Analisis Kesalahan dalam Pembuktian Teorema Bilangan Bulat pada Mahasiswa IKIP Budi Utomo Malang. *Journal Focus Action of Research Mathematic (Factor M)*, 4(2), 17-26.