



Analisis Perbandingan Metode Trapesium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8 Berbasis Spreadsheet menggunakan Microsoft Excel untuk Aproksimasi Integral Numerik

Rahma Qudsi^{1*}, Alzaber², Muhammad Rasyid Ridho³

¹⁻³ Universitas Islam Riau, Indonesia

Email : rahma.qudsi@edu.uir.ac.id

*Penulis Korespondensi : rahma.qudsi@edu.uir.ac.id

Abstract. This study analyzes the comparison of the Trapezoidal, Simpson 1/3, and Simpson 3/8 to approximate numerical integration using Microsoft Excel, with the variation of the interval $n = 6, 12, 18$. The test function is $f(x) = e^{-x^2}$ on the interval $[0, 1]$. Because it is smooth and lacks an elementary antiderivative, the results indicate that the Simpson Method outperforms the Trapezoidal method in accuracy. The Trapezoidal method yields absolute errors on the order of 10^{-3} to 10^{-4} , while Simpson 1/3 and 3/8 achieve 10^{-6} to 10^{-8} , with Simpson 1/3 performing best across all n . These findings confirm the higher convergence order of Simpson methods $O(h^4)$ vs $O(h^2)$. Excel implementation proves effective as an accessible learning tool for numerical methods, supporting integral computation in higher education. This research contributes to simplifying computational approaches for engineering applications and education, and opens up opportunities for more effective implementation of numerical methods in practical teaching. The results of this research are expected to enrich understanding of numerical applications in engineering and science.

Keywords: Error Convergence, Microsoft Excel, Numerical Integration, Simpson Method, Trapezoidal Rule.

Abstrak. Penelitian ini menganalisis perbandingan kinerja metode Trapesium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8 untuk aproksimasi integral numerik menggunakan Microsoft Excel dengan variasi subinterval $n = 6, 12, 18$. Fungsi uji dipilih $f(x) = e^{-x^2}$ pada interval $[0, 1]$ karena sifatnya yang halus dan tidak memiliki integral elementer. Hasil menunjukkan metode Simpson unggul secara akurasi dibanding Trapesium. Trapesium menghasilkan galat absolut orde 10^{-3} hingga 10^{-4} , sementara Simpson 1/3 dan 3/8 mencapai 10^{-6} hingga 10^{-8} , dengan Simpson 1/3 terbaik di semua n . Temuan ini mengonfirmasi orde konvergensi Simpson yang lebih tinggi $O(h^4)$ vs $O(h^2)$. Implementasi Excel terbukti efektif sebagai alat pembelajaran numerik yang aksesibel, mendukung pengajaran metode integral di pendidikan tinggi. Penelitian ini berkontribusi pada pengembangan komputasi sederhana untuk aplikasi rekayasa dan pendidikan, serta membuka peluang untuk implementasi metode numerik dalam pengajaran praktis yang lebih efektif. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memperkaya pemahaman tentang aplikasi numerik dalam bidang rekayasa dan sains.

Kata kunci: Analisis Galat, Integral Numerik, Metode Simpson, Metode Trapesium, Microsoft Excel.

1. LATAR BELAKANG

Integral numerik merupakan topik fundamental dalam metode numerik yang krusial untuk menyelesaikan permasalahan teknik dan sains terapan, terutama ketika integral analitik tidak dapat ditentukan secara eksplisit (Chapra and Canale 2021; Kreyszig 2011). Dalam praktik rekayasa, perhitungan integral sering muncul pada analisis aliran fluida, distribusi panas, perhitungan kerja-energi, serta pemodelan fenomena fisik berbasis data diskrit. Metode integrasi numerik seperti Trapesium ($O(h^2)$), Simpson 1/3 ($O(h^4)$), dan Simpson 3/8 ($O(h^5)$) menjadi solusi utama, dengan Simpson unggul pada fungsi halus seperti Gaussian $f(x) = e^{-x^2}$ dalam pemodelan difusi atau probabilitas (Atkinson 1989; Burden and Faires 2011).

Metode Trapesium menggunakan aproksimasi linier sederhana namun memiliki akurasi yang terbatas (orde pertama), sedangkan Simpson memanfaatkan polinomial orde tinggi untuk hasil lebih presisi pada fungsi kontinu (Burden and Faires 2011). Studi terkini mengonfirmasi keunggulan ini. Beberapa peneliti seperti Suhendra et al. (2024) melakukan evaluasi terhadap metode Trapesium dan Simpson pada fisika komputasi menemukan bahwa Metode Simpson memiliki orde yang lebih tinggi dibanding dengan Metode Trapesium. Pardede, et al (2024) mendapati bahwa Simpson 3/8 optimal dengan menggunakan MATLAB untuk fungsi kompleks. Implementasi Excel jarang dieksplorasi meski aksesibel untuk pembelajaran. (Bes Hendi Rio Pardede et al. 2024; Hotimah et al. 2025; Suhendra et al. 2024)

Celah Penelitian & Urgensi

Meskipun literatur melimpah, celah terletak pada analisis komparatif ketiga metode berbasis spreadsheet dengan fungsi non-elementer standar dan variasi subinterval—terutama di pendidikan Indonesia. Chapra and Canale (2010) dan Kreyszig (2011) tekankan efektivitas Simpson untuk rekayasa smooth functions, sementara Excel terbukti alat pembelajaran numerik intuitif Rahmalia, et al (2025). Penelitian ini isi kekosongan tersebut. (Ali and Abbas 2022; Salih 2025; Suhendra et al. 2024; Supriyono 2002; Ullah 2015)

Tujuan Penelitian

Penelitian "Analisis Perbandingan Metode Trapesium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8 Berbasis Spreadsheet untuk Aproksimasi Integral Numerik" bertujuan: (1) implementasi ketiga metode di Microsoft Excel, (2) bandingkan akurasi pada $f(x) = e^{-x^2}$ interval dengan $n = 6, 12, 18$ (3) evaluasi Excel sebagai media pendidikan numerik praktis. Temuan mendukung pengajaran komputasi sederhana di perguruan tinggi.

2. KAJIAN TEORITIS

Metode Integrasi Numerik

Integral definit $\int_a^b f(x) dx$ sering tidak memiliki antiturunan elementer, sehingga memerlukan pendekatan numerik melalui pembagian interval $[a, b]$ menjadi n subinterval dengan lebar $h = \frac{b-a}{n}$ (Burden and Faires 2011). Metode Trapesium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8 merupakan teknik standar dengan orde konvergensi berbeda.

Metode Trapesium

Metode Trapesium mengaproksimasi setiap subinterval dengan garis lurus (polinomial orde 1):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left(f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right)$$

Orde galat global adalah $O(h^2)$, dengan error lokal $\frac{-(b-a)}{12} h^2 f''(\xi)$ (Chapra and Canale 2021). Metode ini sederhana namun kurang akurat untuk fungsi nonlinear.

Metode Simpson 1/3

Menggunakan interpolasi kuadrat pada pasangan subinterval (n genap):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left(f(x_0) + 4 \sum_{i=1,3,5}^{2n-1} f(x_i) + 2 \sum_{i=2,4,6}^{2n} f(x_i) + f(x_n) \right)$$

Orde galat: $O(h^4)$ error $\frac{-(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$ (Kreyszig 2011). Superior untuk fungsi halus dengan turunan kontinu orde 4.

Metode Simpson 3/8

Aproksimasi kubik pada tiga subinterval (n kelipatan 3):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{3h}{8} (f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + 2f(x_3) + 3f(x_4) + 3f(x_5) + \dots + f(x_n))$$

Orde galat: $O(h^5)$ (Atkinson 1989). Efektif untuk interval lebih pendek per aplikasi.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan eksperimen numerik untuk membandingkan akurasi metode Trapezium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8 dalam menyelesaikan integral tentu. Fungsi uji yang digunakan adalah

$$f(x) = e^{-x^2}$$

pada interval $[0,1]$ karena fungsi ini memiliki nilai referensi yang telah diketahui dalam literatur (Abramowitz and Stegun 1964). Pemilihan fungsi Gaussian ini didasarkan pada beberapa alasan ilmiah yang kuat. Pertama, fungsi tersebut bersifat halus (smooth), kontinu, dan memiliki turunan hingga orde tinggi di seluruh domainnya, sehingga ideal untuk menguji performa metode integrasi numerik seperti Trapezium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8. Kedua, integral $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ tidak memiliki bentuk antiturunan elementer, sehingga nilai eksaknya hanya bisa dihitung secara numerik—mirip masalah nyata di rekayasa di mana solusi analitik sulit didapat (Burden and Faires 2011). Ketiga, fungsi ini terkait erat dengan fungsi error (erf),

yang memiliki nilai referensi standar dalam literatur matematika, memungkinkan validasi galat dengan akurasi tinggi (Chapra and Canale 2021).

Selain itu, fungsi Gaussian sering muncul dalam aplikasi teknik, seperti pemodelan distribusi probabilitas, difusi panas, analisis sinyal, dan estimasi kesalahan pengukuran, menjadikannya benchmark relevan untuk aproksimasi integral berbasis spreadsheet. Dengan demikian, pemilihan ini memastikan evaluasi yang adil dan aplikatif terhadap laju konvergensi metode yang dibandingkan.

Langkah-langkah penelitian dilakukan sebagai berikut:

1. Menentukan interval integrasi $[a, b] = [0,1]$.
2. Menentukan jumlah subinterval $n = 6,12,18$ sehingga memenuhi syarat penerapan metode Simpson 1/3 (genap) dan Simpson 3/8 (kelipatan tiga).
3. Menghitung ukuran langkah dengan rumus

$$h = \frac{b - a}{n}$$

4. Membentuk tabel nilai x_i dan $f(x_i)$ menggunakan Microsoft Excel.
5. Mengimplementasikan metode Trapezium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8 menggunakan bobot masing-masing metode pada spreadsheet.
6. Menghitung nilai pendekatan integral untuk setiap metode.
7. Menentukan galat absolut menggunakan rumus

$$E = |I_{referensi} - I_{numerik}|$$

dengan nilai referensi integral sebesar

$$I_{referensi} = 0,7468241328124271$$

Hasil perhitungan kemudian disajikan dalam bentuk tabel dan grafik untuk dianalisis lebih lanjut.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil eksperimen numerik menunjukkan bahwa peningkatan jumlah subinterval memberikan dampak signifikan terhadap penurunan galat pada semua metode yang diuji. Metode Trapezium menghasilkan galat pada orde 10^{-3} hingga 10^{-4} , sedangkan metode Simpson 1/3 dan Simpson 3/8 menunjukkan galat yang jauh lebih kecil, yaitu pada orde 10^{-6} hingga 10^{-8} .

Pada $n = 6$, galat metode Simpson 1/3 tercatat sebesar $6,25868 \times 10^{-6}$, sedangkan metode Simpson 3/8 menghasilkan galat sebesar $1,39247 \times 10^{-5}$. Seiring dengan peningkatan jumlah subinterval menjadi $n = 12$ dan $n = 18$, galat kedua metode terus menurun secara konsisten. Metode Simpson 1/3 menunjukkan galat terkecil, yakni mencapai $7,78176 \times 10^{-8}$ pada $n = 18$, sementara metode Simpson 3/8 mencapai $1,74953 \times 10^{-7}$.

Visualisasi galat pada Tabel 1. dilakukan menggunakan skala logaritmik untuk memberikan gambaran yang lebih jelas terhadap perbandingan tingkat konvergensi antar metode. Penggunaan skala logaritmik diperlukan karena perbedaan galat berada pada orde yang sangat kecil sehingga tidak terlihat jelas pada skala linear. Hasil ini menegaskan bahwa metode Simpson memiliki tingkat konvergensi yang lebih cepat dibandingkan metode Trapezium dalam pendekatan integral fungsi uji yang digunakan.

Tabel 1. Perbandingan Galat Setiap Metode.

n	Error Trapezium	Error Simpson 1/3	Error Simpson 3/8
6	-2,768346848	-5,203517467	-4,856214162
12	-3,370707738	-6,40498158	-6,053625047
18	-3,722946071	-7,108922327	-6,757079723

Berdasarkan Table 1, ketiga metode mengalami penurunan galat seiring dengan bertambahnya jumlah subinterval. Namun, laju penurunan galat pada metode Simpson secara konsisten lebih cepat dibandingkan metode Trapezium. Hal ini berkaitan langsung dengan sifat matematis dari galat pemotongan (truncation error) masing-masing metode.

Secara teoritis, metode Trapezium memiliki orde galat global sebesar $O(h^2)$, sedangkan metode Simpson 1/3 dan Simpson 3/8 memiliki orde galat yang lebih tinggi, yaitu $O(h^4)$. Artinya, saat ukuran langkah h diperkecil, galat metode Simpson menurun jauh lebih cepat dibandingkan metode Trapezium. Kondisi ini terlihat jelas pada hasil eksperimen, di mana galat metode Trapezium masih berada pada orde 10^{-4} saat $n = 18$, sementara metode Simpson telah mencapai orde 10^{-8} .

Keunggulan akurasi metode Simpson ini dapat dijelaskan melalui pendekatan polinomial yang digunakan. Metode Trapezium menggunakan aproksimasi linier pada setiap subinterval, sedangkan metode Simpson menggunakan aproksimasi polinomial derajat dua, sehingga mampu menangkap kelengkungan fungsi dengan lebih baik. Perbedaan pendekatan

ini membuat metode Simpson lebih efektif untuk fungsi yang bersifat halus (smooth) dan kontinu, seperti fungsi eksponensial kuadrat yang digunakan pada penelitian ini.

Dalam konteks aplikasi teknik, hasil ini memiliki implikasi penting. Banyak permasalahan teknik seperti perhitungan debit fluida, analisis distribusi panas, perhitungan kerja mekanik, dan estimasi luas bidang tegangan–regangan melibatkan perhitungan integral numerik. Kesalahan kecil pada perhitungan integral dapat menyebabkan deviasi signifikan pada hasil desain atau prediksi sistem. Oleh karena itu, penggunaan metode Simpson memberikan keuntungan praktis karena dapat mencapai tingkat akurasi tinggi dengan jumlah subdivisi yang relatif sedikit, sehingga lebih efisien secara komputasi.

Temuan ini sejalan dengan hasil penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa metode Simpson memiliki performa yang lebih unggul dibandingkan metode Trapezium dalam hal akurasi untuk fungsi halus dan kontinu. Burden and Faires (2011) menyebutkan bahwa metode Simpson memiliki orde konvergensi keempat dan sangat efektif untuk fungsi dengan turunan kontinu hingga orde empat. Hasil serupa juga dilaporkan oleh Chapra and Canale (2010) yang menyatakan bahwa metode Simpson memberikan kesalahan yang jauh lebih kecil dibandingkan metode Trapezium pada permasalahan rekayasa.

Dengan demikian, hasil penelitian ini tidak hanya memperkuat teori numerik yang telah ada, tetapi juga menunjukkan bahwa implementasi berbasis spreadsheet seperti Microsoft Excel tetap mampu memberikan hasil yang akurat dan reliabel untuk investigasi numerik yang bersifat praktis.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, metode Trapezium, Simpson 1/3, dan Simpson 3/8 berhasil diimplementasikan secara efektif menggunakan Microsoft Excel untuk aproksimasi integral $f(x) = e^{-x^2}$ pada interval $[0,1]$. Implementasi ini membuktikan bahwa Excel merupakan alat komputasi numerik yang sederhana, murah, dan mudah diakses serta ideal untuk pembelajaran tanpa ketergantungan software khusus.

Metode Simpson secara konsisten unggul atas Trapezium dalam hal akurasi di semua variasi subinterval ($n = 6,12,18$). Trapezium menghasilkan galat orde 10^{-3} hingga 10^{-4} , sementara Simpson 1/3 dan 3/8 mencapai 10^{-6} hingga 10^{-8} . Hal ini mengonfirmasi superioritas orde konvergensi $O(h^4)$ vs $O(h^2)$.

Sementara itu, diantara kedua varian Simpson, Simpson 1/3 menunjukkan performa optimal dengan galat absolut terkecil, terutama pada subinterval sedang. Peningkatan n mempercepat konvergensi Simpson secara dramatis, meskipun perbedaan Simpson 1/3 vs 3/8 sangat kecil pada n besar.

Sehingga Simpson sangat direkomendasikan untuk fungsi yang membutuhkan akurasi tinggi dengan komputasi rendah sementara metode Trapesium direkomendasikan sebagai pengantar dasar atau estimasi kasar. Temuan ini memperkuat peran spreadsheet dalam pendidikan numerik Indonesia, mendukung pengajaran komputasi aplikatif dan aksesibel.

Sebagai prospek pengembangan, penelitian selanjutnya dapat diarahkan pada penggunaan fungsi uji yang lebih kompleks atau bersifat tidak mulus, serta penerapan metode integrasi numerik adaptif untuk meningkatkan efisiensi perhitungan. Selain itu, melakukan perbandingan penggunaan Microsoft Excel dan Software lainnya seperti Phyton/ Matlab untuk melihat waktu komputasi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada: Universitas Islam Riau, Reviewer jurnal yang telah memberikan masukan konstruktif; Keluarga yang selalu menjadi penyemangat utama.

DAFTAR REFERENSI

- Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (1964). *Handbook of Mathematical Functions*. NBS.
- Ali, A. J., & Abbas, A. F. (2022). Applications of numerical integrations on the trapezoidal and Simpson's methods to analytical and MATLAB solutions. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 9(5), 1352-1358. <https://doi.org/10.18280/mmep.090525>
- Atkinson, K. E. (1989). *AN INTRODUCTION TO NUMERICAL ANALYSIS* (Second ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis* (9th ed.). Richard Stratton.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2010). *Numerical Methods for Engineering* (6th ed.). McGraw-Hill.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2021). *Numerical Methods for Engineers* (7th ed.). McGraw-Hill Education.
- Haidar, S. R., & Johnson, R. L. (2023). Comparative analysis of numerical integration methods for solving differential equations in engineering applications. *Journal of Computational Engineering*, 45(3), 203-217. <https://doi.org/10.1016/j.jce.2023.07.017>

- Hotimah, H., Fadilatunnisa, M. Wulida, W. Hidayat, & D. Indriana. (2025). Perbandingan efektivitas metode pembelajaran luring dan daring terhadap pemahaman siswa. *Jurnal Multidisiplin Ilmu Akademik*, 2(1), 441-448. <https://doi.org/10.61722/jmia.v2i1.3415>
- Kreyszig, E. (2011). *ADVANCED ENGINEERING MATHEMATICS* (10th ed.). John Wiley & Sons.
- Pardede, B. H. R., Kusfa, B. D., & Tamba, L. T. (2024). Penerapan metode Trapesium, metode Simpson 1/3, dan metode Simpson 3/8 dalam integrasi numerik menggunakan software Matlab. *Pentagon: Jurnal Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 2(4), 24-31. <https://doi.org/10.62383/pentagon.v2i4.268>
- Rahmalia, N. F., Munawaroh, M. P., & Wibowo, A. (2025). Perbandingan Matlab dan Microsoft Excel pada penyelesaian integral numerik dengan metode Simpson 1/3 dan 3/8. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(2), 89-104. <https://doi.org/10.33654/math.v11i2.147>
- Salih, A. A. (2025). A comparative study of numerical approximation methods for integration: The trapezoidal method and Simpson's method as a model. *Libyan Journal of Medical and Applied Sciences*, 3(2), 1-15. <https://doi.org/10.64943/ljmas.v3i2.46>
- Suhendra, M. A., Assegaf, S., Robiyana, I., & Nurizati. (2024). Computational study of numerical integration in physics applications using trapezoidal and Simpson's methods. *TIME in Physics*, 2(2), 85-95. <https://doi.org/10.11594/timeinphys.2024.v2i2p85-95>
- Supriyono. (2002). *Perbandingan kinerja penyelesaian integrasi numerik menggunakan metode Newton-Cotes (Metode Trapesium, Simpson 1/3 dan Integrasi Romberg)*. Thesis, STMIK AKAKOM Yogyakarta, Yogyakarta.
- Ullah, M. A. (2015). Numerical integration and a proposed rule. *American Journal of Engineering Research (AJER)*, 4(9), 120-123.