

Penggunaan Bahasa Pemrograman Python dalam Pembelajaran Kalkulus Fungsi Dua Variabel

Nurul Maulida Surbakti¹, Angelyca², Anita Talia³, Cecilia Br Perangin-Angin⁴, Dina Olivia Nainggolan⁵, Nia Devi Friskauly⁶, Sikap Ruth Br Tumorang⁷

Program Studi Matematika, Universitas Negeri Medan

Korespondensi penulis: nurulmaulida@unimed.ac.id

Abstract. In everyday life, three-dimensional shapes are ubiquitous, manifesting in structures such as houses, bottles, and vehicles. These shapes, characterized by length, width, and height, represent the application of functions of two variables, particularly within spatial domains. This research employs Python programming to model functions of two variables, specifically focusing on spatial surfaces. Leveraging the Matplotlib module, graphical representations of these functions are generated, while the NumPy module facilitates mathematical analyses, including identifying extremal values, critical points, and tangent lines. Results demonstrate the efficacy of Python in efficiently modeling functions of two variables. Through this approach, readers gain insights into the inherent characteristics and behaviors of such functions within spatial contexts, thereby simplifying mathematical analyses and enhancing comprehension.

Keywords: Python Programming, Functions of Two Variables, Spatial Surfaces

Abstrak. Dalam kehidupan sehari-hari, banyak ditemukan berbagai bentuk tiga dimensi, seperti rumah, botol minuman, bus, gelas, dan lainnya. Bentuk-bentuk tiga dimensi ini memiliki panjang, lebar, dan tinggi, merepresentasikan aplikasi dari fungsi dua variabel, terutama dalam konteks ruang. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan program Python untuk memodelkan fungsi dua variabel, khususnya pada permukaan ruang. Dalam penelitian ini, modul Matplotlib digunakan untuk memvisualisasikan grafik fungsi dua variabel. Selain itu, modul NumPy juga digunakan untuk melakukan perhitungan matematika pada permukaan ruang, seperti mencari nilai maksimum dan minimum, titik stasioner, dan garis singgung. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa program Python dapat digunakan untuk memodelkan fungsi dua variabel dengan mudah dan efisien. Dengan menggunakan program Python, pembaca dapat memahami sifat dan karakteristik fungsi dua variabel pada permukaan ruang dengan lebih baik dan mempermudah melakukan perhitungan matematika pada fungsi-fungsi tersebut.

Kata kunci: Python, Fungsi Dua Variabel, Permukaan Ruang

LATAR BELAKANG

Perkembangan teknologi yang pesat, terutama dalam bidang teknologi informasi dan komunikasi, telah memberikan dampak positif dan manfaat besar di berbagai sektor. Transformasi dari penggunaan mesin kuno menjadi komputer modern telah membawa manusia ke tingkat kualitas hidup yang lebih baik. Keberadaan komputer tidak hanya diakui, tetapi juga dimanfaatkan secara optimal oleh berbagai pihak. Penggunaan komputer membawa peningkatan efisiensi dalam pelaksanaan pekerjaan. Komputer mampu menyelesaikan tugas dengan cepat dan akurat, menggantikan metode manual atau mesin kuno yang lebih lambat. Ini telah membantu meningkatkan produktivitas dan kinerja dalam berbagai aktivitas (Fatwa et al., 2022).

Pemanfaatan komputer juga memberikan kemudahan dalam mengakses informasi, terutama bagi mereka yang mencari berbagai informasi. Di sektor pendidikan, komputer menjadi sarana yang sangat berharga. Salah satu contohnya adalah dalam bidang matematika,

di mana banyak permasalahan yang memerlukan solusi atau perhitungan yang rumit. Proses penyelesaian masalah matematika seringkali membutuhkan waktu, usaha, dan energi yang signifikan jika dilakukan secara manual. Namun, kehadiran komputer membantu mempermudah pencarian solusi. Saat ini, terdapat berbagai perangkat lunak yang dirancang khusus untuk mendukung penyelesaian masalah matematika, mulai dari mencari nilai fungsi, operasi matriks, penyelesaian turunan, penyelesaian integral, hingga pembentukan grafik dari suatu fungsi (Febrianti & Harahap, 2021).

Python merupakan salah satu perangkat lunak yang sedang populer saat ini. Dengan Python, kita memiliki kemampuan untuk melakukan analisis data, menjalankan perhitungan data statistik yang kompleks atau memakan waktu, membuat visualisasi data, mengimplementasikan algoritma machine learning, dan juga dapat digunakan untuk manipulasi data serta menyelesaikan berbagai tugas matematika lainnya. Keunggulan Python terletak pada kemampuannya menghasilkan hasil yang lebih akurat dan efisien dibandingkan dengan metode manual. Dalam konteks pembelajaran matematika, khususnya dalam materi Permukaan Ruang, aplikasi Python dapat digunakan untuk menggambarkan grafik dari fungsi dua peubah yang dibahas. Penggunaan Python dalam hal ini dapat memberikan dukungan yang signifikan dalam memahami dan mengajar konsep-konsep matematika yang kompleks (Saharuddin & Wisnu Prihatmono, 2022).

Artikel ini membahas pemodelan grafik Permukaan Ruang, yang pada umumnya dilakukan secara manual dengan menggambar atau menulis pada kertas menggunakan alat tulis. Proses manual ini tidak hanya memakan waktu lama tetapi juga membutuhkan tenaga yang signifikan. Namun, kini pendekatan ini dapat digantikan dengan menggunakan perangkat lunak Python. Dengan memanfaatkan Python, pemodelan grafik Permukaan Ruang dapat dilakukan dengan lebih efisien. Proses tersebut menghasilkan hasil yang lebih akurat dan tepat dibandingkan dengan cara manual. Grafik yang dihasilkan juga cenderung lebih rapi, menarik, dan mudah dipahami. Pendekatan ini memberikan kemudahan dan manfaat terutama untuk pemodelan grafik tiga dimensi yang sulit dilakukan secara manual. Penggunaan perangkat lunak Python menjadi solusi yang efektif untuk menyederhanakan dan mempercepat proses pemodelan grafik kompleks seperti Permukaan Ruang (Saharuddin & Wisnu Prihatmono, 2022).

KAJIAN TEORITIS

1. Permukaan di Ruang

Bangun ruang merupakan suatu bentuk geometri tiga dimensi yang memiliki volume dan dikelilingi oleh luas permukaan. Ada berbagai jenis bangun ruang, termasuk bola, hiperboloida, paraboloida, elipsoida, dan sebagainya. Setiap jenis bangun ruang memiliki karakteristik khusus, bentuk, dan propertinya sendiri (Martono, 1999).

2. Fungsi Dua Peubah

Fungsi dua peubah adalah suatu fungsi matematika yang menjelaskan hubungan antara dua variabel, yaitu variabel independen dan variabel dependen. Penerapan fungsi dua peubah dapat ditemui dalam berbagai konteks, seperti fisika, ekonomi, dan teknik. Secara konseptual, fungsi dua peubah dapat diartikan sebagai suatu pemetaan yang menghubungkan setiap pasangan bilangan real terurut (x, y) dalam domain tertentu ke sebuah bilangan real $z = f(x, y)$ dalam range. Dalam konteks ini, x dan y disebut sebagai variabel bebas, sedangkan z adalah variabel terikat (Putu, 2021).

3. Aplikasi Python

Python adalah bahasa pemrograman yang populer dan mudah dipelajari. Python sering digunakan dalam pengembangan perangkat lunak, kecerdasan buatan, pengembangan web, machine learning, dan analisis data. Python menyediakan berbagai pustaka, seperti NumPy untuk komputasi numerik dan Pandas untuk analisis data, yang memudahkan pengguna dalam menyelesaikan tugas-tugas tertentu dengan cepat dan efisien (Angelina M. T. I. Sambu et al., 2023).

Program Python dapat digunakan untuk menghasilkan visualisasi grafik fungsi dua peubah dengan memanfaatkan modul-modul yang disediakan dalam bahasa Python, seperti Matplotlib dan NumPy. Matplotlib berfungsi untuk menciptakan visualisasi data dalam berbagai bentuk, termasuk scatter plot, line chart, bar chart, dan pie chart. Modul ini juga memberikan kemampuan untuk melakukan modifikasi pada tampilan grafik, seperti penambahan judul dan lainnya. Sementara itu, NumPy merupakan modul yang sangat berguna dalam analisis data dan pemodelan matematika. NumPy memiliki peran utama dalam melakukan operasi pada data numerik dalam bentuk array. Contoh operasi yang dapat dilakukan oleh NumPy melibatkan operasi aritmatika, trigonometri, fungsi matematika, serta statistik. Dengan menggunakan NumPy, pemrosesan data numerik dapat dilakukan dengan lebih efisien dalam lingkungan bahasa pemrograman Python (Sardi et al., 2021).

Beberapa syntax yang kami gunakan untuk mensimulasikan grafik di ruang R^3 terdapat dalam tabel berikut:

Tabel 2 Syntax yang digunakan untuk membuat grafik di ruang R^3

Syntax	Fungsi
<i>Numpy</i>	Perhitungan saintifik seperti matriks, aljabar, statistik, dan sebagainya.
<i>Matplotlib</i>	Menciptakan visualisasi data dengan grafis yang menarik dan informatif serta membuat grafik garis, scatter plot, histogram, dan banyak lainnya dari data yang dimiliki.
<i>Mpl_Toolkit3d</i>	Mensimulasikan perintah yang berbentuk tiga dimensi
<i>Np_linspace</i>	Membuat <i>array</i> dengan nilai
<i>Fig projection</i>	Membuat plot sesuai dengan yang diperintahkan pada <i>script</i>
<i>Ax set_xlabel</i>	Membuat keterangan pada sumbu <i>x</i>
<i>Ax set_ylabel</i>	Membuat keterangan pada sumbu <i>y</i>
<i>Ax set_zlabel</i>	Membuat keterangan pada sumbu <i>z</i>
Plot	Melakukan perintah yang telah diperintahkan pada <i>script</i>

Sumber: <https://www.malasngoding.com/syntax-dasar-python/>

Untuk menginstal sintaks di atas, dapat menggunakan perintah "pip install (masukkan sintaks yang akan diinstal)" lalu tekan enter. Dengan demikian, sintaks tersebut akan terinstal di perangkat.

METODE PENELITIAN

Jenis atau bentuk penelitian yang terdapat pada artikel ini adalah penelitian kualitatif, dimana proses pemerolehan informasi yang terdapat pada artikel ini dilakukan dengan mempelajari teori-teori tentang program linear dan cara penggunaan software python dalam menyelesaikan permasalahan fungsi dua peubah khususnya permukaan ruang. Sumber penelitian ini berasal dari buku, jurnal, e-book dan dari sumber lainnya dan beberapa literatur ilmiah yang mendukung dalam penelitian ini.

Metode pengumpulan data yang digunakan adalah strategi pengumpulan data secara studi kasus dengan mempelajari kasus dan melakukan observasi tidak langsung dengan cara mencari dan mengumpulkan data yang bersifat data sekunder yang Diperoleh dari sumber-sumber seperti jurnal, buku, dan artikel yang berkaitan dengan topik.

Subjek yang terdapat dalam penelitian ini yaitu bagaimana cara menggambarkan sebuah grafik dengan Menggunakan software Python pada materi fungsi dua peubah khususnya pada permukaan ruang agar lebih mudah dalam penyelesaiannya.

Lokasi penelitian yaitu dilakukan di rumah atau kediaman peneliti dengan menggunakan media elektronik seperti internet dan laptop/handphone untuk mencari sumber informasi dan sumber pustaka yang mendasari topik yang dibahas. Waktu penelitian dilakukan pada bulan Oktober 2023.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian kali ini kami menggunakan bahasa pemrograman Python, dimana kami membuat contoh-contoh soal yang akan kami kerjakan dalam Python dan menampilkan hasil analisis Python, kami menyajikan definisi bangun ruang, teorema yang digunakan dan lemma yang digunakan, serta bukti-bukti dari pernyataan-pernyataan tersebut. Kami juga menyajikan hasil grafik yang kami peroleh menggunakan bahasa pemrograman Python, dan menamai bentuk yang menjadi hasil dari persoalan yang ada.

Pembahasan akan dibagi menjadi dua yaitu pada yang pertama kami menggunakan persoalan yang telah kami tentukan, kemudian akan disertai dengan hasil dan grafik serta keterangan dari grafik yang diperoleh, pada bagian kedua kami membagi lagi jika diperlukan sub bagian dalam memperoleh solusi dari permasalahan yang ada.

Python dapat digunakan untuk menganalisis data, melakukan perhitungan data statistik yang rumit atau yang memerlukan waktu sangat lama, membuat visualisasi data serta algoritma machine learning dan juga bisa digunakan untuk memanipulasi, dan menyelesaikan berbagai tugas lain yang berkaitan dengan Matematika dengan Menggunakan beberapa syntax yang terdapat pada program Python, dan hasil yang ditampilkan lebih akurat dibandingkan dengan dikerjakan secara manual (Saharuddin & Wisnu Prihatmono, 2022).

Setelah diketahui syntax yang digunakan untuk mensimulasikan grafik pada python, diperoleh script untuk mensimulasikan grafik pada permukaan ruang sebagai berikut

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

# Fungsi dua variabel
def func(x, y):
```

```

    return np.sin(np.sqrt(x**2+y**2))

# Membuat matriks grid untuk x dan y
x = np.linspace(-1,1,100)
y = np.linspace(-1,1,100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)

# Menghitung nilai fungsi z untuk setiap pasangan nilai x dan y
Z = func(X, Y)

# Membuat grafik 3D
fig = plt.figure(figsize=(5,3))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# Menggambar grafik fungsi
ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='viridis')
# Menambahkan label sumbu
ax.set_xlabel('Variabel X')
ax.set_ylabel('Variabel Y')
ax.set_zlabel('Variabel Z')

# Menambahkan judul grafik
ax.set_title('Grafik Fungsi  $x^2+y^2$ ')

# Menampilkan grafik
plt.show()

```

Setelah menginput script diatas pada program Python maka akan terdapat output yang berupa grafik sesuai dengan persamaan yang diperintahkan pada script.

Defenisi 1.1

Bangun ruang (dimensi 3) merupakan salah satu materi dalam matematika yang mulai diperkenalkan dalam jenjang pendidikan pada Sekolah Dasar. Pembelajaran bangun ruang diawali dengan mengenali tentang macam- macam bangun ruang dan unsur-unsurnya, selanjutnya akan dijelaskan mengenai cara menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang. Beberapa contoh dari bangun ruang diantaranya adalah kubus, kerucut, prisma, tabung, balok, limas dan bola. Luas permukaan bangun ruang adalah luas dari seluruh sisi dari permukaan bangun ruang. Pembelajaran permukaan ruang adalah proses memahami dan

menganalisis sifat-sifat permukaan tiga dimensi dimana didalam penelitian ini menggunakan metode komputasi yaitu bahasa pemrograman Python sebagai alat bantu dalam pemodelan dan visualisasi (Khoirunnisa et al., 2020).

Lemma 1.1

Misalkan S adalah permukaan ruang dalam tiga dimensi. Maka terdapat suatu transformasi T yang dapat digunakan untuk memetakan S kedalam ruang dua dimensi dengan representasi visual yang akurat (Khoirunnisa et al., 2020).

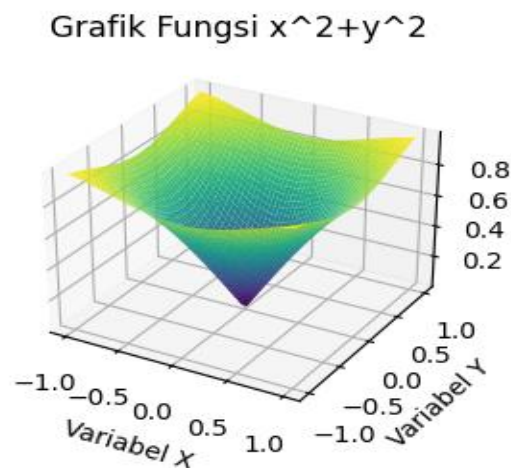
Bukti 1.1

Kita tahu bahwa setiap titik pada permukaan ruang S memiliki koordinat tiga dimensi (x, y, z) . Transformasi T dapat didefinisikan sebagai $T(x, y, z) \rightarrow (x, y)$, yang memetakan setiap titik S kedalam ruang dua dimensi dengan mengabaikan koordinat z . Hasil dari transformasi ini adalah representasi visual dari S dalam bentuk bidang dua dimensi, yang memberikan pemahaman visual tentang sifat permukaan ruang S (Khoirunnisa et al., 2020).

Contoh 1.1 Diketahui persamaan $x^2 + y^2$ dan gambarlah grafiknya di R^3 menggunakan software Python

Solusi:

Setelah menginput script untuk persamaan $x^2 + y^2$ pada program Python diperoleh simulasi grafik dari persamaan $x^2 + y^2$ sebagai berikut:



Gambar 1 Grafik Persamaan $x^2 + y^2$

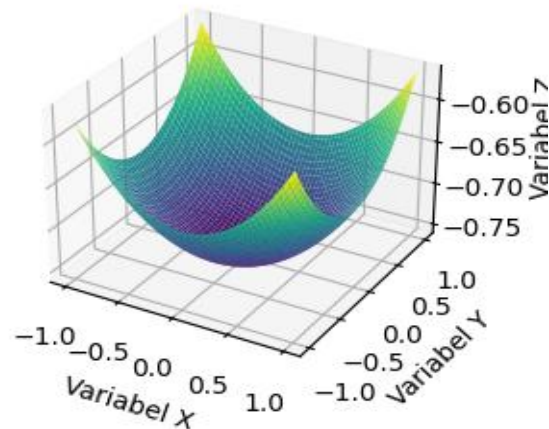
Berdasarkan **Gambar 1** dengan menggunakan software Python dapat menampilkan gambar hasil dari persamaan $x^2 + y^2$. Gambar grafik persamaan tersebut menggambarkan Kerucut Eliptik.

Contoh 1.2 Diketahui persamaan $x^2 + y^2 + z = 16$ dan gambarkan grafiknya di R^3 dengan menggunakan software Python

Solusi:

Setelah menginput script untuk persamaan $x^2 + y^2 + z = 16$ pada program Python diperoleh simulasi grafik dari persamaan $x^2 + y^2 + z = 16$ sebagai berikut:

Grafik Fungsi $16 - x^2 - y^2$



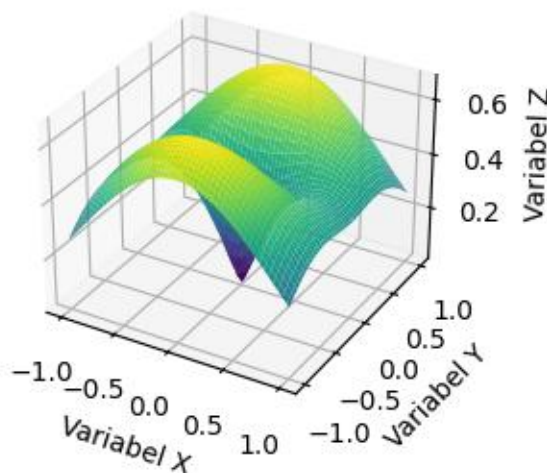
Gambar 2 Grafik Persamaan $16 - x^2 - y^2$

Contoh 1.3 Gambarkan grafik fungsi dari $f(x,y) = (x^2 + 3y^2)e^{-x^2-y^2}$ dengan menggunakan software Python

Solusi:

Setelah menginput script untuk persamaan $(x^2 + 3y^2)e^{-x^2-y^2}$ pada program Python diperoleh simulasi grafik dari persamaan $(x^2 + 3y^2)e^{-x^2-y^2}$ sebagai berikut:

Grafik Fungsi $(x^2 + 3y^2) * e^{-(x^2 - y^2)}$



Gambar 3 Grafik Persamaan $(x^2 + 3y^2)e^{-x^2-y^2}$

Dari beberapa contoh diatas, maka jelas bahwa aplikasi Python dapat digunakan untuk mensimulasikan grafik diruang R^3 , yang dimana dalam hal ini sangat bermanfaat serta mempermudah kita untuk proses pembelajaran.

KESIMPULAN DAN SARAN

Program Python adalah bahasa pemrograman yang dapat memudahkan pelajar dalam melakukan perhitungan. Seperti pada penelitian ini kami menggunakan program Python untuk materi permukaan ruang yang kami manfaatkan untuk mendapatkan solusi dan hasil grafik dari permasalahan yang ada.

Hasil penelitian yang menunjukkan bahwa program Python dapat digunakan untuk memodelkan fungsi dua variabel dengan mudah dan efisien. Dengan menggunakan program Python, pembaca dapat memahami sifat dan karakteristik fungsi dua variabel pada permukaan ruang dengan lebih baik dan memudahkan dalam melakukan perhitungan matematis terhadap fungsi tersebut. Dapat dilihat dari persoalan-persoalan yang kami tentukan didapat hasil berupa grafik juga keterangan, dan kami mendapat solusi dari permasalahan yang ada.

Dengan kemudahan yang didapatkan dari program ini, Python direkomendasikan untuk digunakan dalam proses belajar mengajar terkhusus untuk tenaga pendidik dan pelajar. Tenaga pendidik dapat menggunakan Python dalam kurikulum pembelajaran tentang permukaan ruang yang dapat membantu siswa memahami konsep matematika yang terkait dengan permukaan ruang. Ada banyak sumber daya pendidikan yang tersedia online, termasuk tutorial Python dan contoh pemodelan permukaan ruang. Kami menyarankan tenaga pendidik dan pelajar untuk memanfaatkan sumber daya ini dalam mengajar dan belajar.

DAFTAR REFERENSI

- Angelina M. T. I. Sambi Ua, Diandra Lestriani H, Elizabeth Sonia Kristanty Marpaung, Jesslyn Ong, Michelle Savinka, Putri Nurhaliza, & Rahmi Yulia Ningsih. (2023). Penggunaan Bahasa Pemrograman Python Dalam Analisis Faktor Penyebab Kanker Paru-Paru. *Jurnal Publikasi Teknik Informatika*, 2(2), 88–99. <https://doi.org/10.55606/jupti.v2i2.1742>
- Fatwa, M., Rizki, R., Sriwinarty, P., & Supriyadi, E. (2022). Pengaplikasian Matlab pada Perhitungan Matriks. *Papanda Journal of Mathematics and Science Research*, 1(2), 81–93. <https://doi.org/10.56916/pjmsr.v1i2.260>
- Febrianti, T., & Harahap, E. (2021). Penggunaan Aplikasi MATLAB Dalam Pembelajaran Program Linear. *Jurnal Matematika*, 20(1), 1–7.
- Khoirunnisa, S., Sulhan, S., Kalsum, U., Timbu, D. L., Ngongo, O. B., & Ambarawati, M. (2020). ANALISIS KESULITAN SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATEMATIKA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME BANGUN RUANG

SISI DATAR. *Prismatika: Jurnal Pendidikan Dan Riset Matematika*, 2(2), 21–32.
<https://doi.org/10.33503/prismatika.v2i2.740>

Martono, K. (1999). *Kalkulus*. Erlangga.

Putu, L. N. (2021). ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL KALKULUS III. *Jurnal Pembelajaran Dan Pengembangan Matematika*, 1(2), 155–164. <https://doi.org/10.36733/pemantik.v1i2.3073>

Saharuddin, S., & Wisnu Prihatmono, M. (2022). PENGENALAN DAN PELATIHAN DASAR BAHASA PEMROGRAMAN PYTHON PADA SISWA/I SMA NEGERI 3 MAKASSAR. *SELAPARANG: Jurnal Pengabdian Masyarakat Berkemajuan*, 6(4), 2233. <https://doi.org/10.31764/jpmb.v6i4.10569>

Sardi, J., Hamdani, H., & Pramuja, V. B. (2021). Aplikasi Pengukuran Berat dan Tinggi Badan Anak Balita Menggunakan Metode Radbms Berbasis Python. *JTEIN: Jurnal Teknik Elektro Indonesia*, 2(1), 71–79. <https://doi.org/10.24036/jtein.v2i1.130>