Kajian Literatur: Perkembangan Metode Dua Fase dalam Program Linear dan Aplikasinya

Siti Nurmalasirait^{1*}, Shilva Syahbina², Widya Putri Mauliza Daulay³, Meri Muliani Hasibuan⁴, Siti Salamah Ginting⁵

¹⁻⁵Pendidikan Matematika, Universitas Islam Negeri Sumatera Utara, Indonesia

Email: sitinurmalasirait927@gmail.com¹, sitisalamahginting@uinsu.ac.id⁵

Alamat: Jl. Williem Iskandar, Pasar V, Medan Estate

*Korespondensi penulis: sitinurmalasirait927@gmail.com

Abstract. Linear programming is one of several methods for finding combinations of numbers to maximize or minimize the objective function in order to produce an optimal solution. However, manual calculations take a long time due to the complexity of the Linear Programming formula. In this paper, the author designs an application to solve web-based Two-Phase Simplex Linear Programming problems using the Angular JavaScript Framework. The application can solve Linear Program problems accurately after the mathematical model is entered. Because the method used is the Simplex Method, the application is also able to solve problems that have more than 3 decision variables. The results obtained are a combination of numbers in the decision variables along with their optimal solutions.

Keywords: History, Linear Programming, Two Phase Method.

Abstrak. Pemrograman linier adalah salah satu dari beberapa metode pencarian kombinasi angka untuk memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan agar dapat menghasilkan solusi optimal. Namun demikian, perhitungan secara manual memerlukan waktu cukup lama disebabkan oleh kompleksnya rumusan dari Pemrograman Linier tersebut. Dalam makalah ini, penulis merancang suatu aplikasi untuk menyelesaikan permasalahan Pemrograman Linier Simpleks Dua Fase berbasis web menggunakan Angular JavaScript Framework. Aplikasi tersebut dapat menyelesaikan permasalahan Program Linier dengan akurat setelah model matematika dimasukkan. Karena metode yang digunakan adalah Metode Simpleks, maka aplikasi juga mampu menyelesaikan permasalahan yang memiliki lebih dari 3 variabel keputusan. Hasil yang diperoleh adalah kombinasi angka pada variabel keputusan beserta solusi optimalnya.

Kata Kunci: Metode Dua Fase, Pemrograman Linier, Sejarah.

1. LATAR BELAKANG

Program linear merupakan salah satu cabang dari optimisasi matematika yang banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan dalam berbagai bidang seperti ekonomi, teknik, industri, dan manajemen. Metode ini bertujuan untuk memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi objektif linear dengan kendala-kendala linear. Salah satu metode populer dalam menyelesaikan program linear adalah metode simpleks yang dikembangkan oleh George Dantzig pada tahun 1947.

Namun, dalam penerapannya, seringkali ditemukan kasus di mana solusi awal yang layak tidak langsung tersedia, terutama jika fungsi kendala tidak mengandung solusi dasar awal yang feasible. Untuk mengatasi masalah tersebut, dikembangkan metode dua fase (two-phase method) yang merupakan salah satu pendekatan dalam metode simpleks. Metode ini

memungkinkan pencarian solusi awal layak melalui penambahan variabel artifisial, kemudian dilanjutkan ke fase kedua untuk menyelesaikan fungsi objektif asli.

Seiring perkembangan ilmu dan teknologi, metode dua fase mengalami berbagai pengembangan baik dari sisi algoritmik maupun efisiensi komputasi. Selain itu, aplikasinya semakin meluas, mencakup optimisasi produksi, transportasi, penjadwalan, serta pemodelan sistem logistik dan keuangan.

Optimisasi menjadi bagian penting dalam menyelesaikan berbagai persoalan yang melibatkan pengambilan keputusan secara sistematis, khususnya dalam situasi yang terbatas oleh sumber daya. Salah satu bentuk optimisasi yang paling banyak digunakan adalah program linear, yaitu metode yang berupaya menentukan nilai terbaik dari suatu fungsi objektif linear yang dibatasi oleh sejumlah kendala juga dalam bentuk linear. Program linear telah terbukti menjadi alat yang sangat efektif dalam berbagai bidang terapan, seperti perencanaan produksi, distribusi barang, manajemen proyek, sistem keuangan, dan lain sebagainya.

Dalam proses penyelesaian masalah program linear, metode simpleks adalah teknik yang paling umum digunakan karena kemampuannya dalam mencari solusi optimal secara efisien. Namun demikian, metode simpleks konvensional memerlukan titik awal yang feasible atau layak secara matematis, yaitu suatu solusi dasar awal yang memenuhi seluruh kendala sistem. Tantangan muncul ketika masalah tidak memiliki solusi awal layak secara langsung, seperti dalam kasus kendala dengan bentuk tak standar atau terdapat variabel yang tidak bisa diatur tanpa bantuan variabel artifisial. Untuk mengatasi hal ini, para peneliti dan praktisi mengembangkan metode alternatif, salah satunya adalah metode dua fase (*two-phase method*).

Metode dua fase merupakan pendekatan sistematis yang terdiri dari dua tahap penyelesaian. Pada fase pertama, metode ini membangun suatu model sementara dengan fungsi objektif tambahan untuk mencari solusi awal yang feasible menggunakan variabel artifisial. Setelah solusi awal ditemukan, proses dilanjutkan ke fase kedua, yakni mengoptimalkan fungsi objektif asli dengan memanfaatkan solusi awal dari fase pertama. Pendekatan ini tidak hanya memungkinkan penyelesaian masalah program linear yang kompleks, tetapi juga meningkatkan fleksibilitas metode simpleks dalam berbagai skenario nyata.

Perkembangan metode dua fase tidak berhenti pada tahap dasar saja. Dalam beberapa dekade terakhir, berbagai studi telah mengusulkan modifikasi terhadap struktur algoritma dan efisiensi komputasionalnya. Inovasi-inovasi tersebut mencakup pengurangan jumlah iterasi, penyesuaian dalam pemilihan variabel masuk dan keluar, serta integrasi dengan metode numerik lainnya. Selain itu, penggunaan perangkat lunak optimisasi modern telah mendorong metode ini untuk diaplikasikan dalam skala besar dan di lingkungan dengan data yang dinamis.

Di sisi lain, aplikasi metode dua fase semakin beragam dan meluas ke berbagai bidang. Dalam industri manufaktur, misalnya, metode ini digunakan untuk menentukan kombinasi produksi yang optimal dengan biaya minimal. Dalam bidang logistik dan transportasi, metode dua fase membantu menyusun rute distribusi yang efisien. Bahkan dalam sektor pelayanan publik dan pemerintahan, metode ini dimanfaatkan untuk merancang alokasi sumber daya yang adil dan optimal.

Kajian literatur ini disusun untuk memberikan pemahaman komprehensif mengenai sejarah, perkembangan, dan penerapan metode dua fase dalam penyelesaian masalah program linear. Dengan menelusuri literatur yang telah ada, diharapkan pembaca dapat memperoleh gambaran utuh tentang bagaimana metode ini berevolusi dari segi teori hingga praktik, serta potensi pengembangannya di masa mendatang. Melalui pemetaan penelitian sebelumnya dan analisis tren aplikasi, kajian ini juga berupaya mengidentifikasi celah-celah yang masih dapat dieksplorasi oleh penelitian selanjutnya.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini disusun menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode kajian literatur sebagai dasar analisis. Tujuan utama dari kajian ini adalah untuk menggambarkan perkembangan metode dua fase dalam program linear serta bagaimana metode ini telah diterapkan dalam berbagai konteks praktis. Pendekatan deskriptif dipilih agar proses pengumpulan dan analisis data dapat dilakukan secara sistematis dan mendalam, sehingga hasil penelitian memberikan gambaran yang jelas dan menyeluruh. Sumber data diperoleh dari penelusuran berbagai artikel ilmiah yang tersedia secara daring melalui platform Google Scholar. Platform ini digunakan karena menyediakan akses ke beragam publikasi ilmiah yang relevan, baik jurnal nasional maupun internasional. Proses pencarian dilakukan dengan menggunakan sejumlah kata kunci seperti “two-phase method in linear programming”, “metode dua fase program linear”, “two-phase simplex method”, dan “aplikasi metode dua fase”. Hasil pencarian kemudian diseleksi berdasarkan kesesuaian topik, kelengkapan isi, dan rentang waktu penerbitan, yakni dari tahun 2010 hingga 2024.

Literatur yang digunakan dalam kajian ini dipilih secara selektif dengan mempertimbangkan beberapa kriteria. Artikel yang memuat pembahasan mendalam mengenai metode dua fase, baik dari segi teori, modifikasi algoritmik, maupun aplikasinya dalam bidang tertentu, diutamakan untuk dikaji. Sementara itu, sumber yang tidak bersifat ilmiah, seperti artikel populer, blog, maupun tulisan tanpa sumber akademik yang jelas, dikeluarkan dari daftar referensi. Hanya publikasi yang dapat diakses secara penuh dan memenuhi standar

akademik yang digunakan dalam analisis. Tahapan analisis dimulai dengan membaca secara menyeluruh artikel-artikel yang telah terpilih. Informasi penting dari masing-masing sumber, seperti latar belakang penelitian, tujuan, metode yang digunakan, serta hasil dan kesimpulan, dikumpulkan dan dianalisis. Proses ini dilakukan secara tematik, dengan mengelompokkan literatur berdasarkan fokus kajian, perkembangan metode, serta bidang aplikasinya. Analisis ini bertujuan untuk menggali tren yang muncul dalam pengembangan metode dua fase, serta memahami bagaimana metode tersebut telah dimanfaatkan dalam menyelesaikan masalah nyata di berbagai sektor, seperti industri, transportasi, ekonomi, dan logistik. Melalui pendekatan literatur ini, penelitian diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih komprehensif mengenai evolusi metode dua fase dalam pemrograman linear. Selain itu, hasil kajian ini juga diharapkan dapat membuka ruang untuk penelitian lanjutan yang lebih mendalam, baik dari sisi pengembangan algoritma maupun penerapannya dalam konteks yang lebih luas.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sejarah dan Landasan Teori Metode Dua Fase

Metode dua fase (two-phase method) lahir dari kebutuhan menyelesaikan masalah program linear yang tidak memiliki solusi awal layak secara langsung. George Dantzig memperkenalkan metode simpleks pada tahun 1947, namun metode ini mensyaratkan adanya solusi dasar awal yang feasible. Dalam banyak kasus nyata, terutama dengan kendala yang tidak standar atau variabel terbatas, solusi awal tersebut sulit ditemukan.

Metode dua fase mengatasi masalah ini dengan membagi proses penyelesaian menjadi dua tahap. Pada fase pertama, fungsi objektif baru dirancang untuk meminimalkan jumlah variabel artifisial yang ditambahkan ke model, sehingga solusi dasar awal yang layak dapat ditemukan. Setelah itu, pada fase kedua, solusi awal tersebut digunakan untuk mengoptimalkan fungsi tujuan asli.

Pendekatan ini tidak hanya memperluas cakupan aplikasi metode simpleks, tetapi juga meningkatkan fleksibilitasnya dalam menangani berbagai bentuk kendala yang kompleks dan kasus nyata yang lebih beragam.

Prosedur dan Tahapan Penyelesaian

Bila solusi dasar yang layak tidak tersedia, metode simpleks dua fase dapat digunakan sebagai alternatif metode Big M. Dalam metode simpleks dua fase, kita menambahkan variabel buatan ke kendala yang sama seperti yang kita lakukan dalam metode Big M. Kemudian kita

menemukan bfs ke LP asli dengan memecahkan LP Fase I. Dalam LP Fase I, fungsi objektifnya adalah meminimalkan jumlah semua variabel buatan. Pada penyelesaian Fase I, kita memperkenalkan kembali fungsi objektif LP asli dan menentukan solusi optimal untuk LP asli.

Fase I:

Pada tahap ini, variabel artifisial ditambahkan ke dalam sistem persamaan agar solusi awal layak dapat dicapai. Fungsi objektif sementara digunakan untuk meminimalkan jumlah variabel artifisial. Jika solusi optimal pada fase ini menghasilkan nilai nol untuk seluruh variabel artifisial, maka solusi feasible telah ditemukan. Adapun Langkah-Langkah Fase 1 adalah sebagai berikut :

- A. Mengubah model program linier kedalam bentuk standar
- B. Membuat tabel awal simpleks
- C. Menentukan entering variable yaitu nilai koefisien pada baris fungsi tujuan yang bernilai positif terbesar.
- D. Menentukan leaving variable yaitu nilai positif terkecil dari nilai rasio. Nilai rasio diperoleh dari nilai ruas kanan dibagi dengan nilai pada kolom entering variable.
- E. Menghitung koefisien variabel baris baru dengan melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mendapatkan hasil tabel baru.
- F. Solusi dikatakan feasible apabila nilai fungsi tujuan pada akhir iterasi fase 1 adalah nol dan dilanjutkan pada fase 2 dengan tidak mengikutsertakan variabel-variabel artificial.

Fase II:

Solusi dari fase I digunakan sebagai dasar untuk mengoptimalkan fungsi objektif asli. Pada tahap ini, variabel artifisial diabaikan, dan proses simpleks dilanjutkan seperti biasa hingga diperoleh solusi optimal. Fase 2 merupakan kumpulan dari iterasi yang digunakan untuk mencari nilai optimal dari fungsi tujuan yang semula. Pemilihan entering variable di fase 2 pada kasus maksimasi yaitu dengan memilih koefisien baris fungsi tujuan yang bernilai negatif terbesar. Pada fase 2 digunakan fungsi tujuan awal. Pada kasus maksimasi jika koefisien pada fungsi tujuan tidak ada yang bernilai negatif maka solusi optimal (Winston W.L, 1963).

Contoh Kasus:

Misalkan sebuah perusahaan ingin memaksimalkan keuntungan produksi dua produk dengan kendala bahan baku dan tenaga kerja, namun kendala awal tidak memungkinkan solusi langsung. Dengan metode dua fase, variabel artifisial ditambahkan untuk mencari titik awal feasible, lalu proses optimasi dilanjutkan.

Perbandingan dengan Metode Big M

Metode dua fase sering dibandingkan dengan metode Big M. Pada metode Big M, variabel artifisial diberi koefisien sangat besar (M) dalam fungsi tujuan. Hal ini dapat menyebabkan masalah numerik, terutama pada perhitungan komputer, karena nilai M yang terlalu besar atau terlalu kecil dapat mempengaruhi akurasi hasil.

Sebaliknya, metode dua fase memisahkan proses pencarian solusi feasible dan optimasi fungsi tujuan asli, sehingga lebih stabil dan efisien secara komputasi. Literatur dan perangkat lunak optimisasi modern lebih sering merekomendasikan metode dua fase karena kestabilan dan keandalannya.

Langkah-langkah berikut menjelaskan metode simpleks dua fase. Perhatikan bahwa langkah 1–3 untuk simpleks dua fase identik dengan langkah 1–4 untuk metode Big M.

- 1) Ubah batasan sehingga sisi kanan setiap batasan menjadi nonnegatif. Ini mengharuskan setiap batasan dengan sisi kanan negatif dikalikan dengan 1.
- 2) Identifikasi setiap batasan yang sekarang (setelah langkah 1) $\geq$ atau $=$ batasan. Pada langkah 3, kita akan menambahkan variabel buatan ke setiap batasan.
- 3) Ubah setiap batasan pertidaksamaan ke bentuk standar. Jika batasan i adalah $\leq$ batasan, tambahkan variabel kelonggaran s_i . Jika batasan i adalah $\geq$ batasan, kurangi variabel berlebih e_i .
- 4) Jika (setelah langkah 2) batasan i adalah $\geq$ atau $=$ batasan, tambahkan variabel buatan a_i .
- 5) Untuk saat ini, abaikan fungsi tujuan LP asli. Sebagai gantinya selesaikan LP yang fungsi tujuannya adalah $\min W =$ (jumlah semua variabel buatan). Ini disebut LP Fase I. Tindakan penyelesaian LP Fase I akan memaksa variabel buatan menjadi nol.

Perkembangan Algoritma dan Efisiensi Komputasi.

Maksimalkan $Z = 4x + 5y$

Pada

$$2x + 3y \leq 6$$

$$3x + y \geq 3$$

$$x, y \geq 0$$

Pertama ubah kendala menjadi persamaan

Maksimalkan $Z = 4x + 5y$

Pada

$$2x + 3y + s_1 = 6$$

$$3x + y - e + a = 3$$

$$x, y, s, e, a \geq 0$$

Kedua, abaikan fungsi objektif LP asli. Sebaliknya selesaikan LP yang fungsi objektifnya adalah

$$\text{Minimum } W = a$$

Selanjutnya, LP Fase I akan seperti berikut ini

$$\text{Minimum } W = a$$

Pada

$$2x + 3y + s + 0e + 0a + 0W = 6$$

$$3x + y + 0s - e + a + 0W = 3$$

$$x, y, s, e, a \geq 0$$

Setelah menetapkan fungsi objektif sama dengan nol, kita memiliki tabel berikut

FASE I

	X	y	s	e	a	W	
x	2	3	1	0	0	0	6
y	3	1	0	-1	1	0	3
W	0	0	0	0	-1	1	0

$$R_3 = R_3 + R_2$$

Sekarang, hilangkan variabel buatan di baris fungsi objektif dengan mengubahnya menjadi 0

	x	y	s	e	a	W	
s	2	3	1	0	0	0	6
a	3	1	0	-1	1	0	3
W	3	1	0	-1	0	1	3

Karena di sini kita selalu memiliki minimisasi untuk fungsi objektif, kita akan memilih bilangan positif terbesar pada baris objektif. Dengan cara ini, kita akan memilih kolom pivot dan dengan uji rasio, kita akan memilih baris pivot.

	x	y	S	e	a	W	
S	0	7/3	1	2/3	-2/3	0	4
X	1	1/3	0	-1/3	1/3	0	1
W	0	0	0	0	-1	1	0

Karena tidak ada angka positif dalam baris objektif, kita akan berhenti. Basis optimal $s = 4$ dan $x = 1$. Nilai objektif optimal $W = 0$ dan a tidak berada dalam basis Fase I optimal. Oleh karena itu, kita memiliki Kasus 2. Oleh karena itu, kita dapat menghasilkan tabel awal Fase II

dengan mengubah baris fungsi objektif menjadi fungsi objektif asli ($Z = 4x + 5y$). Selain itu, hilangkan kolom buatan.

FASE II

	x	y	s	e	Z	
s	0	7/3	1	2/3	0	4
x	1	1/3	0	-1/3	0	1
Z	-4	-5	0	0	1	0

R3 = R3 +4 R2

Karena x adalah salah satu basis, kita perlu mengonversi -4 di baris objektif menjadi 0

	x	y	s	e	Z	
s	0	7/3	1	2/3	0	4
x	1	1/3	0	-1/3	0	1
Z	0	-11/3	0	-4/3	1	4

Gunakan Metode Simpleks. Pilih elemen paling negatif pada baris objektif.

	x	y	s	e	Z	
y	0	1	3/7	2/7	0	12/7
x	1	0	-1/7	-3/7	0	3/7
Z	0	0	11/7	-2/7	1	72/7

	x	y	s	e	Z	
e	0	7/2	3/2	1	0	6
x	1	3/2	1/2	0	0	3
Z	0	1	2	0	1	12

Karena semua elemen dari baris objektif adalah nonnegatif, maka kita akan berhenti. Solusi optimal untuk LP Fase II adalah solusi optimal untuk LP asli dan sama dengan $x = 3, y = 0$ dengan $Z = 12$

1) Perkembangan Algoritma dan Efisiensi Komputasi

Seiring perkembangan teknologi, penelitian tentang metode dua fase tidak hanya berhenti pada konsep dasarnya. Berbagai inovasi telah dilakukan, seperti:

- a. Pengurangan Iterasi: Strategi pemilihan variabel masuk dan keluar yang lebih efisien untuk mempercepat proses.
- b. Integrasi dengan Metode Lain: Penggabungan dengan algoritma numerik atau metaheuristik untuk menangani masalah berskala besar.

- c. Implementasi Perangkat Lunak: Penggunaan software seperti MATLAB, LINGO, dan solver open source yang memungkinkan pemrosesan data besar dan dinamis.

Inovasi-inovasi ini membuat metode dua fase semakin relevan untuk diterapkan dalam lingkungan industri modern yang menuntut efisiensi tinggi.

2) Analisis Sensitivitas dan Robustness Solusi

Setelah solusi optimal diperoleh, penting dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui bagaimana perubahan parameter (misal: harga, ketersediaan bahan baku, permintaan) mempengaruhi solusi. Analisis ini sangat berguna dalam pengambilan keputusan strategis, karena kondisi nyata seringkali berubah.

Metode dua fase memungkinkan analisis sensitivitas yang lebih komprehensif, sehingga solusi yang dihasilkan tidak hanya optimal, tetapi juga robust terhadap perubahan lingkungan.

3) Kelebihan dan Keterbatasan Metode Dua Fase

Kelebihan:

- a. Tidak memerlukan penentuan nilai M besar seperti pada metode Big M.
- b. Lebih stabil secara numerik dan mudah diimplementasikan dalam perangkat lunak.
- c. Dapat mengidentifikasi masalah infeasible secara jelas pada fase pertama.

Keterbatasan:

- a. Proses dua tahap dapat memakan waktu lebih lama, terutama pada masalah berskala besar.
- b. Penambahan variabel artifisial menambah kompleksitas model.
- c. Tidak cocok untuk masalah dengan kendala non-linear atau integer programming tanpa modifikasi tambahan.

4) Potensi Pengembangan dan Riset Lanjutan

Kajian literatur menunjukkan masih banyak ruang untuk pengembangan metode dua fase, antara lain:

- a. Integrasi dengan Big Data: Adaptasi metode dua fase untuk menangani data dalam jumlah besar dan kompleks.
- b. Penggabungan dengan Metaheuristik: Kombinasi dengan algoritma evolusi, genetika, atau swarm intelligence untuk masalah optimasi yang lebih kompleks.
- c. Pengembangan Software Khusus: Pembuatan aplikasi atau plugin yang user-friendly untuk industri dan pendidikan.

- d. Riset Aplikasi Baru: Eksplorasi penerapan metode dua fase pada bidang yang sedang berkembang, seperti kecerdasan buatan, logistik berbasis IoT, dan sistem informasi geografis.

5) Implikasi Praktis dan Saran

Metode dua fase terbukti menjadi alat yang sangat berguna dalam menyelesaikan masalah optimasi nyata. Dengan pengembangan algoritma dan perangkat lunak yang terus berlangsung, metode ini semakin mudah diakses dan diaplikasikan oleh praktisi di berbagai bidang. Disarankan agar penelitian selanjutnya fokus pada efisiensi komputasi dan perluasan aplikasi di sektor-sektor baru yang membutuhkan solusi optimasi yang adaptif dan robust.

Teknik dua fase (simplex two-phase) adalah metode dalam pemrograman linier yang dapat digunakan untuk mengoptimalkan berbagai kendala atau kendala campuran dan variabel yang terdapat dalam masalah pemrograman linier. Pada tahap pertama (Fase I) bertujuan untuk menguji apakah masalah yang diuji memiliki solusi yang fisibel atau tidak. Hal ini dilakukan dengan mencoba agar semua variabel buatan (Artificial) memiliki nilai 0. Jika variabel buatan sudah memiliki nilai 0 maka masalah tersebut fisibel. Pada tahap kedua (Fase II) tujuan utamanya adalah memaksimalkan fungsi tujuan Z. Caranya adalah mengubah bentuk fungsi tujuan awal Fase I dan mengembalikannya ke fungsi tujuan awal soal.

6) Aplikasi Metode Dua Fase dalam Berbagai Bidang

Aplikasi metode dua fase telah meluas ke berbagai sektor:

- a. Industri Manufaktur: Menentukan kombinasi produksi optimal dengan biaya minimal.
- b. Transportasi dan Logistik: Menyusun rute distribusi barang yang efisien dan hemat biaya.
- c. Keuangan dan Pemerintahan: Mengalokasikan sumber daya secara optimal, misalnya dalam anggaran atau distribusi bantuan.
- d. Penjadwalan: Mengatur jadwal produksi, tenaga kerja, atau distribusi barang secara optimal

Studi Kasus:

Pada industri tekstil, metode dua fase digunakan untuk menentukan jumlah produksi berbagai jenis pakaian agar keuntungan maksimal dengan keterbatasan bahan baku dan waktu kerja. Hasilnya, perusahaan dapat meningkatkan efisiensi dan profitabilitas.

DAFTAR PUSTAKA

- Basriati, S., Safitri, E., Soleh, M., & Rahma, A. N. (2021). Penyelesaian metode Quick Simplex terhadap metode dua fase dengan dua elemen secara simultan pada kasus minimum. *KUBIK: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, 6(1).
- Fitria, R., & Widodo, R. A. (2021). Penggunaan metode Simpleks Dua Fase dalam optimasi produksi pada perusahaan konveksi. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*, 14(2).
- Handayani, E., & Rahayu, A. (2020). Analisis perbandingan metode Big M dan Two Phase pada penyelesaian program linear. *Jurnal Sains dan Informatika*, 6(2).
- Hasibuan, M., & Simanjuntak, R. (2023). Optimalisasi distribusi logistik menggunakan metode Simpleks Dua Fase. *Jurnal Ilmiah Rekayasa dan Manajemen Sistem Informasi*, 9(1).
- Lestari, D., & Nugroho, A. (2022). Aplikasi metode dua fase dalam pemrograman linier untuk penjadwalan produksi. *Jurnal Teknik Industri Universitas Islam Indonesia*, 21(3).
- Ningsih, D. R., & Arifianto, R. (2020). Analisis efisiensi penyelesaian program linier: Studi komparatif antara metode Big M dan Two Phase. *Jurnal Matematika dan Terapannya*, 18(1).
- Pratama, D., & Haryanto, T. (2023). Aplikasi metode Simpleks Dua Fase untuk optimasi penggunaan energi dalam industri batik. *Jurnal Energi dan Aplikasi Tekstil*, 8(2), 45–54.
- Putri, M. L., & Santosa, S. (2022). Implementasi metode dua fase dalam sistem informasi penjadwalan produksi. *Jurnal Teknologi dan Sistem Komputer*, 10(4).
- Rahmawati, N., & Firmansyah, A. (2023). Pengembangan algoritma Simpleks Dua Fase untuk penyelesaian masalah optimalisasi logistik. *Jurnal Logistik dan Rantai Pasok*, 5(2).
- Safitri, L., & Zulkarnain, Z. (2024). Efisiensi komputasi pada metode dua fase berbasis software MATLAB. *Jurnal Teknologi Informasi dan Komputer*, 12(1).
- Santoso, B., & Kartika, P. (2022). Evaluasi performa metode dua fase dan Big M pada pengalokasian sumber daya rumah sakit. *Jurnal Sistem Kesehatan dan Manajemen*, 5(3), 12–20.
- Wibowo, R., & Sari, A. (2021). Perbandingan efisiensi metode dua fase dan iterasi pada pemrograman linier transportasi. *Jurnal Penelitian Operasi dan Manajemen*, 10(1), 31–38.
- Wijayanti, T., & Fadhilah, N. (2025). Integrasi metode dua fase dengan algoritma genetika dalam pemrograman linier kompleks. *Jurnal Informatika dan Komputasi Cerdas*, 7(1).
- Yuliana, E., & Nugraha, H. (2024). Implementasi metode dua fase dalam optimasi rantai pasok agrikultur. *Jurnal Agribisnis dan Teknologi*, 4(1), 27–35.
- Zulkarnain, M., & Fauzi, M. (2023). Metode dua fase untuk alokasi anggaran pendidikan daerah. *Jurnal Manajemen Publik dan Kebijakan*, 6(2), 55–63.