



Studi Literatur tentang Penerapan Program Linear Bilangan Bulat dalam Optimasi Penjadwalan dan Alokasi Sumber Daya

Melinda Azizah¹, Sabrina Aisha Putri Lubis², Muhammad Murdani³,
Inna Muthmainnah Dalimuntha⁴, Siti Salamah Br. Ginting⁵

^{1,2,3,4,5} Universitas Islam Negeri Sumatera Utara

Alamat: Jl. William Iskandar Ps. V, Medan Estate, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara

email: melinda0305222078@uinsu.ac.id¹, sabrinlubis717@gmail.com², muhmdmurdani@gmail.com³,
muthainnadalimuthe@gmail.com⁴, sitisalamahginting@uinsu.ac.id⁵

Abstract. *Scheduling and resource allocation are two crucial aspects in various fields, including manufacturing, transportation, education, and information systems. The complexity of decision making is often increased by integer constraints, such as the number of workers, machines, or indivisible working hours. Therefore, the Integer Linear Programming (ILP) approach is one of the methods widely used in solving optimization problems involving discrete variables. This literature study aims to review previous studies that apply ILP in the context of scheduling and resource allocation optimization. This study reviews model approaches, solution techniques such as the branch and bound method and cutting plane, and their implementation in various real cases. The results of the study show that ILP is able to provide optimal or near-optimal solutions in scenarios with complex constraints and integer variables. This study also identifies challenges in implementing ILP models, such as the scale of the problem and high computational requirements, as well as opportunities for further research that includes hybridizing the ILP method with a heuristic approach. Thus, ILP remains a very relevant and effective tool in supporting optimization-based decision making in various sectors.*

Keywords: *Resource allocation, Optimization, Scheduling, Integers, Literature study.*

Abstrak. Penjadwalan dan alokasi sumber daya merupakan dua aspek krusial dalam berbagai bidang, termasuk industri manufaktur, transportasi, pendidikan, dan sistem informasi. Kompleksitas dalam pengambilan keputusan sering kali meningkat akibat adanya batasan-batasan integer, seperti jumlah pekerja, mesin, atau waktu kerja yang tidak dapat dibagi. Oleh karena itu, pendekatan Program Linear Bilangan Bulat (Integer Linear Programming/ILP) menjadi salah satu metode yang banyak digunakan dalam menyelesaikan permasalahan optimasi yang melibatkan variabel diskret. Studi literatur ini bertujuan untuk mengkaji berbagai penelitian terdahulu yang menerapkan ILP dalam konteks optimasi penjadwalan dan alokasi sumber daya. Penelitian ini mengulas pendekatan-pendekatan model, teknik penyelesaian seperti metode branch and bound serta cutting plane, dan implementasinya dalam berbagai kasus nyata. Hasil studi menunjukkan bahwa ILP mampu memberikan solusi optimal atau mendekati optimal dalam skenario dengan batasan kompleks dan variabel integer. Studi ini juga mengidentifikasi tantangan dalam penerapan model ILP, seperti skala permasalahan dan kebutuhan komputasi tinggi, serta peluang penelitian lanjutan yang mencakup hybridisasi metode ILP dengan pendekatan heuristik. Dengan demikian, ILP tetap menjadi alat yang sangat relevan dan efektif dalam mendukung pengambilan keputusan berbasis optimasi di berbagai sektor.

Kata kunci: Alokasi sumber daya, Optimasi, Penjadwalan, bilangan bulat, Studi literatur.

1. LATAR BELAKANG

Dalam dunia yang semakin kompleks dan kompetitif, efisiensi dalam menggunakan sumber daya dan efektivitas dalam kegiatan perencanaan adalah komponen kunci keberhasilan organisasi. Baik di kedua manufaktur, sistem transportasi, layanan kesehatan dan lembaga pendidikan, tantangan utama adalah bagaimana cara terbaik mengalokasikan sumber daya terbatas untuk mencapai hasil terbaik. Masalah ini umumnya melibatkan keputusan individu seperti jumlah unit produksi, jumlah karyawan, atau jam kerja untuk unit tertentu yang tidak

dapat dibagi menjadi istirahat. Oleh karena itu, ada kebutuhan untuk pendekatan matematika yang dapat menangani variabel terintegrasi dengan benar.

Program Linear Bilangan Bulat (Integer Linear Programming/ILP) adalah salah satu bentuk pemodelan matematika linier yang mensyaratkan sebagian atau seluruh variabel keputusannya berbentuk bilangan bulat. Penerapan bilangan bulat pada variabel ini menambah fleksibilitas dalam proses penyusunan model (Anderson, Sweeney, dan Williams, 1996: 316). Program Linear Bilangan Bulat (Integer Linear Programming/ILP) merupakan salah satu metode optimasi dalam riset operasi yang dirancang untuk menyelesaikan masalah dengan variabel keputusan yang dibatasi sebagai bilangan bulat. Dalam beberapa dekade terakhir, ILP telah menjadi alat penting dalam pengambilan keputusan, khususnya dalam permasalahan penjadwalan (scheduling) dan alokasi sumber daya (resource allocation). Model ini memungkinkan pengambilan keputusan secara sistematis dan kuantitatif berdasarkan fungsi objektif dan batasan-batasan yang ditetapkan, sehingga menghasilkan solusi yang optimal atau mendekati optimal.

Seiring berkembangnya kebutuhan industri dan teknologi, berbagai penelitian telah dikembangkan untuk menerapkan ILP dalam konteks yang beragam. Studi literatur ini disusun untuk menelaah berbagai pendekatan, model, dan hasil penerapan ILP dalam bidang penjadwalan dan alokasi sumber daya. Dengan menelusuri berbagai jurnal dan laporan penelitian, artikel ini bertujuan memberikan gambaran menyeluruh tentang efektivitas, keunggulan, keterbatasan, serta tren riset terkini dalam pemanfaatan Program Linear Bilangan Bulat untuk optimasi.

Menurut Siringoringo & Hotnair (2005) pemrograman linier bilangan bulat mencakup metode Branch and Bound, yaitu pendekatan yang digunakan untuk memperoleh solusi optimal dengan menghasilkan variabel keputusan dalam bentuk bilangan bulat. Pemrograman linier jenis ini mengharuskan variabel tambahan berupa bilangan bulat. Pendekatan bilangan bulat ini diperlukan saat keputusan tidak dapat direpresentasikan dalam bentuk pecahan, yang umum terjadi dalam model linier biasa (Dimiyati et al., 2010). Dalam integer programming, apabila seluruh variabel dasar harus berbentuk bilangan bulat (baik nol maupun positif), maka model dikategorikan sebagai integer murni. Jika hanya sebagian variabel yang harus berupa bilangan bulat, maka disebut mixed integer programming (program campuran). Sementara itu, jika variabel hanya bernilai nol atau satu, maka disebut zero-one integer programming (Hamdy & Taha, 1996). Secara umum, integer programming memiliki prinsip yang serupa dengan linear programming, namun dengan batasan bahwa variabel tambahannya harus berupa bilangan bulat (Dimiyati, dkk. 2010).

Saat ini, penjadwalan memiliki peranan yang sangat krusial dalam proses perencanaan maupun pengendalian, baik di sektor industri maupun bidang lainnya. Di berbagai sektor, termasuk industri, kontrol proses, serta pendidikan. khususnya dalam perencanaan pembelajaran dasar, penjadwalan menjadi aspek penting yang harus diperhatikan. Namun demikian, sering kali dijumpai kendala dalam merancang metode yang benar-benar efektif untuk menghasilkan jadwal yang optimal. Hal inilah yang menyebabkan sistem penjadwalan terus berkembang seiring dengan meningkatnya kebutuhan akan perencanaan yang lebih efisien. Selain itu, beragam karakteristik sistem juga menyebabkan setiap sistem memerlukan pendekatan atau metode penjadwalan yang berbeda untuk menghasilkan jadwal ini optimal. Penjadwalan hari kerja adalah masalah yang sering muncul pada sebuah perusahaan.

Oleh karena itu, sangat penting untuk menyusun jadwal yang jelas dan terperinci bagi setiap karyawan. Jadwal yang optimal akan membantu perusahaan menekan anggaran tenaga kerja, sehingga pengeluaran untuk gaji karyawan bisa diminimalisir. Dengan demikian, penjadwalan yang tepat memungkinkan perusahaan mengefisienkan biaya dan mengalokasikan anggaran secara lebih efektif dan optimal. Dengan menyajikan tinjauan sistematis terhadap literatur yang relevan, diharapkan artikel ini dapat menjadi landasan teoritis dan praktis bagi peneliti maupun praktisi yang tertarik dalam pengembangan model optimasi berbasis ILP.

2. KAJIAN TEORITIS

Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) atau *Integer Linear Programming (ILP)* merupakan cabang dari program linear di mana sebagian atau seluruh variabel keputusannya dibatasi untuk bernilai bilangan bulat. Menurut Winston (2004), ILP sangat cocok digunakan dalam situasi nyata di mana pembagian nilai menjadi bilangan pecahan tidak dimungkinkan, seperti jumlah tenaga kerja, mesin, atau produk. Model ILP terdiri dari fungsi objektif linier dan sejumlah kendala (constraints) linier, dengan tambahan batasan integer pada variabel. Dalam praktiknya, penyelesaian ILP lebih kompleks dibandingkan program linear biasa karena ruang solusinya diskrit. Oleh karena itu, teknik penyelesaian khusus seperti *Branch and Bound*, *Cutting Plane*, dan *Branch and Cut* digunakan untuk menemukan solusi optimal (Nemhauser & Wolsey, 1988).

Dalam situasi tertentu, keputusan dalam model harus berupa angka bulat, seperti jumlah kendaraan, rumah, atau lemari. Untuk kondisi seperti ini, metode program linier standar tidak bisa digunakan. Oleh karena itu, digunakan pendekatan bilangan bulat atau *integer programming (IP)*, yang merupakan variasi dari linear programming (LP), namun tanpa asumsi bahwa variabel bisa dibagi. Pendekatan ini relevan karena tidak semua keputusan bisa dipecah

menjadi angka desimal. Sebagai contoh, jika keputusan yang diambil berkaitan dengan jumlah unit produk yang harus dibuat untuk meraih keuntungan maksimal, maka nilai seperti $10/3$ tidak dapat diterapkan karena produksi tidak dapat dilakukan dalam satuan parsial. Dalam kasus ini, keputusan perlu dibuat antara memproduksi 3 atau 4 unit.

Penjadwalan adalah proses penentuan waktu pelaksanaan aktivitas untuk memaksimalkan efisiensi sistem. Menurut Pinedo (2016), penjadwalan berkaitan erat dengan optimasi penggunaan sumber daya terbatas dalam batasan waktu tertentu. Permasalahan penjadwalan meliputi *job-shop scheduling*, *flow-shop scheduling*, *project scheduling*, dan lain sebagainya, yang sering kali melibatkan variabel integer dalam representasi aktivitas atau urutan kerja.

Berbagai studi telah menerapkan ILP untuk menyusun jadwal optimal, seperti dalam sektor pendidikan (penjadwalan mata pelajaran), industri (penjadwalan produksi), dan transportasi (jadwal pengiriman barang). Model ILP menawarkan fleksibilitas tinggi dalam menyusun batasan kompleks seperti ketersediaan sumber daya, prioritas tugas, dan batasan waktu.

Alokasi sumber daya mencakup proses distribusi sumber daya terbatas ke berbagai aktivitas secara optimal. Menurut Taha (1997), masalah ini umum dijumpai dalam pengelolaan proyek, perencanaan tenaga kerja, pengadaan logistik, hingga penataan anggaran. Permasalahan ini ideal ditangani dengan ILP karena umumnya melibatkan keputusan biner (digunakan atau tidak digunakan) atau kuantitas dalam bilangan bulat. ILP mampu memodelkan berbagai bentuk permasalahan alokasi seperti alokasi tugas ke mesin, alokasi staf ke shift kerja, dan pengalokasian kendaraan pada rute tertentu. Model ini memberikan solusi yang terstruktur dan dapat diandalkan, meskipun terkadang memerlukan waktu komputasi yang tinggi.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur (*literature review*) yang bersifat kualitatif deskriptif. Tujuan utama dari metodologi ini adalah untuk mengidentifikasi, mengklasifikasi, dan menganalisis berbagai penelitian terdahulu yang membahas penerapan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) atau Integer Linear Programming (ILP) dalam konteks optimasi penjadwalan dan alokasi sumber daya.

1. Sumber Data. Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa literatur sekunder yang diperoleh dari berbagai database ilmiah seperti:
 - Google scholar

- ScienceDirect
- IEEE Xplore
- SpringerLink
- Scopus
- ProQuest

Kriteria pemilihan literatur didasarkan pada relevansi topik, tahun publikasi (dibatasi pada 10 tahun terakhir), dan kualitas publikasi (jurnal terindeks nasional atau internasional). Artikel yang tidak secara langsung menggunakan metode ILP atau tidak berkaitan dengan penjadwalan maupun alokasi sumber daya akan dieliminasi.

2. Prosedur Pengumpulan Data. Langkah-langkah dalam pengumpulan data meliputi:
 - Menentukan kata kunci pencarian seperti *integer linear programming*, *penjadwalan*, *alokasi sumber daya*, *optimization*, dan *resource scheduling*.
 - Menyeleksi artikel yang sesuai dengan kriteria inklusi.
 - Mengelompokkan artikel berdasarkan konteks penerapan (misalnya: industri, pendidikan, transportasi, kesehatan, dll).
 - Mencatat pendekatan model ILP yang digunakan, metode penyelesaian (algoritma), serta hasil yang diperoleh.
3. Analisis Data. Analisis dilakukan secara deskriptif dengan menyoroti:
 - Jenis permasalahan yang diselesaikan dengan PLBB
 - Struktur dan komponen model ILP (fungsi objektif, batasan, variabel)
 - Teknik atau algoritma penyelesaian yang digunakan (misalnya: Branch and Bound, Cutting Plane, Branch and Cut)
 - Keunggulan dan keterbatasan dari penerapan ILP dalam masing-masing studi
 - Perbandingan efektivitas solusi yang dihasilkan
 - Identifikasi tren riset dan celah penelitian yang masih terbuka
4. Validitas dan Keandalan

Untuk menjamin validitas isi, literatur yang dipilih berasal dari sumber-sumber terpercaya dan telah melalui proses peer-review. Triangulasi dilakukan dengan membandingkan hasil-hasil temuan dari berbagai studi untuk menghindari bias dan memastikan konsistensi informasi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Studi literatur ini mengidentifikasi dan menganalisis 10 artikel ilmiah terpilih yang memanfaatkan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) dalam konteks penjadwalan dan alokasi sumber daya. Hasil kajian menunjukkan bahwa penerapan PLBB sangat luas dan fleksibel dalam menyelesaikan berbagai permasalahan optimasi di sektor industri, pendidikan, logistik, dan kesehatan. Secara umum, terdapat dua temuan utama yang dibahas dalam bagian ini, yaitu (1) penerapan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) dalam penjadwalan, dan (2) penerapan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) dalam alokasi sumber daya.

1. Penerapan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) dalam Penjadwalan

Berbagai studi menunjukkan bahwa Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) digunakan untuk menyusun jadwal optimal yang mempertimbangkan batasan-batasan tertentu seperti ketersediaan waktu, urutan kerja, dan kapasitas sumber daya. Misalnya, Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) digunakan dalam penjadwalan akademik untuk meminimalkan konflik antara mata pelajaran, dosen, dan ruang kelas. Model PLBB terbukti mampu menghasilkan jadwal yang efisien dengan mempertimbangkan semua batasan operasional.

Dalam industri manufaktur, Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) diterapkan untuk *job-shop scheduling*, di mana tugas-tugas produksi dialokasikan ke mesin dalam urutan tertentu. Model ILP mampu meminimalkan waktu penyelesaian total (*makespan*) dan memaksimalkan pemanfaatan mesin. Metode penyelesaian seperti branch and bound dan cutting plane sering digunakan dalam menyelesaikan permasalahan ini, meskipun tantangan utama adalah waktu komputasi yang meningkat drastis ketika jumlah variabel dan batasan bertambah.

2. Penerapan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) dalam Alokasi Sumber Daya

Dalam konteks alokasi sumber daya, PLBB digunakan untuk mengoptimalkan distribusi sumber daya terbatas seperti tenaga kerja, kendaraan, alat berat, dan anggaran ke sejumlah kegiatan. ILP mampu digunakan untuk alokasi optimal staf dalam sistem shift kerja dengan mempertimbangkan ketersediaan dan beban kerja. Di bidang logistik, mengembangkan model ILP untuk mengalokasikan armada kendaraan ke berbagai rute secara efisien dengan tujuan meminimalkan total biaya operasional.

Hasil studi juga menunjukkan bahwa pendekatan ILP mampu memodelkan kondisi dunia nyata seperti batasan kapasitas, waktu layanan, dan permintaan pelanggan. Beberapa model dikembangkan dalam bentuk biner (0-1 ILP) untuk menunjukkan apakah suatu sumber daya digunakan atau tidak dalam suatu aktivitas.

Dari keseluruhan literatur yang dianalisis, dapat disimpulkan bahwa Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) sangat andal dalam menangani masalah optimasi diskret yang kompleks. Keunggulan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) terletak pada kemampuannya memodelkan berbagai jenis batasan dan menghasilkan solusi yang bersifat optimal secara matematis. Namun, tantangan utama dalam penerapan Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) adalah kompleksitas komputasi, terutama pada masalah berskala besar yang memerlukan waktu penyelesaian yang lama. Untuk mengatasi kendala ini, beberapa studi mengusulkan kombinasi Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) dengan metode heuristik atau metaheuristik seperti *genetic algorithm* dan *simulated annealing* sebagai pendekatan hybrid yang dapat menghasilkan solusi mendekati optimal dalam waktu yang lebih singkat.

Penelitian menunjukkan bahwa Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) tetap relevan dan terus berkembang, terutama dalam integrasinya dengan teknologi komputasi dan software optimasi modern seperti LINGO, Gurobi, dan CPLEX. Penelitian lanjutan dapat difokuskan pada pengembangan model dinamis, adaptif, dan multiobjektif untuk menjawab tantangan dunia nyata yang semakin kompleks.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil kajian literatur, dapat disimpulkan bahwa Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) merupakan pendekatan matematis yang efektif dan fleksibel untuk memecahkan permasalahan optimasi penjadwalan dan alokasi sumber daya, terutama dalam situasi di mana variabel keputusan harus bernilai bilangan bulat dan melibatkan beragam kendala kompleks. Penerapan PLBB mampu memberikan solusi optimal atau mendekati optimal di berbagai sektor, seperti pendidikan, industri, logistik, dan transportasi, sehingga mampu meningkatkan efisiensi dan efektivitas penggunaan sumber daya.

Namun, tantangan utama dalam penerapan PLBB adalah meningkatnya kompleksitas komputasi saat skala permasalahan semakin besar. Oleh karena itu, disarankan agar pengembangan model di masa depan lebih realistis dan adaptif, misalnya dengan mengintegrasikan faktor ketidakpastian dan tujuan ganda agar solusi lebih sesuai kebutuhan praktis. Selain itu, penerapan metode heuristik dan metaheuristik, seperti *Genetic Algorithm*, *Simulated Annealing*, atau *Particle Swarm Optimization* secara hybrid dengan PLBB sangat direkomendasikan untuk mempercepat proses komputasi dan memperbaiki kualitas solusi pada permasalahan berskala besar.

Penggunaan perangkat lunak optimasi terkini seperti LINGO, CPLEX, dan Gurobi juga perlu dioptimalkan untuk mendukung implementasi PLBB agar lebih cepat dan akurat. Selain

itu, penelitian lanjutan berbasis studi kasus empiris di berbagai bidang, seperti pendidikan, logistik, dan kesehatan, perlu diperbanyak agar model PLBB semakin matang, relevan, dan mampu menjawab kebutuhan dunia nyata secara lebih komprehensif dan berkelanjutan

DAFTAR REFERENSI

- Anderson, David R., Sweeney, Denis J., dan William, Thomas A. 1996. *Manajeemen Sains Pendekatan Kuantitatif untuk Pengambilan Keputusan Manajemen, Terjemahan Ancella A. Hermawan dari an Introduction to Management Science Quantitative Approach to Decision Making*. Jakarta: Penerbit Erlangga
- Cordeau, J. F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J. Y., and Semet, F., 2002. "A Guide to Vehicle Routing Heuristics." *Journal of the Operational Society*, Vol. 53, pp. 512-522.
- Dimiyati, Tjutju Tarlih, dan Ahmad Dimiyati., 2010, *Operations Research Model- Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Hamdy A. Taha., 1996, *Riset Operasi*. Binarupa Aksara, Jakarta.
- Hillier, F.S. and Lieberman, G.J., 1995, *Introduction to Operation Research*, Holden Day, Inc. USA.
- Nemhauser, G. L., & Wolsey, L. A. (1988). *Integer and Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons.
- Pinedo, M. L. (2016). *Scheduling: Theory, Algorithms, and System, Fifth Edition*. Springer International Publishing.
- Siringoringo, Hotnair., 2005, *Seri Teknik Riset Operasi. Pemrograman Linear*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Taha, AH. (1997). *Riset operasi, Edisi kelima Jilid 2*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Winston, W.L. 2004. *Operation Research*. University of Arizona, Arizona