



Implementasi Persamaan Diferensial Model Logistik untuk Prediksi Pertumbuhan Tingkat Pernikahan Sumatera Utara

Dinda Renata Cecilia¹, Fuja Nauli Pasaribu², Rafika Sari Prayetno³, Rio Anggara Panjaitan⁴, Sintia Agustina Siregar^{5*}

¹⁻⁵Universitas Islam Negeri Sumatera Utara, Indonesia

Alamat : Jl.Lapangan Golf, Desa Durian Jangak, Kec. Pancur Batu, Kab. Deli Serdang, Sumatera Utara

Korespondensi penulis : sintiaagustinasiregar@gmail.com*

Abstract. Forecasting the number of marriages is a prediction of marriages that will occur in the future based on current and past data. The total population of the married population is continuous, that is, its growth continues without a break. The model used for continuous population is the logistic model. This study aims to see the growth of marriage in the period 2027 using the logistic model growth. Judging from the data obtained from BPS (Central Bureau of Statistics) of North Sumatra Province from 2020 to 2023, the capacity limit (C) = 81790,36 . The logistic model that can be used to parameterize the marriage rate in North Sumatra province is with a value of k

$$P_t = \frac{81790,36}{e^{-(-0,25019918023)t} (0,03673832581) + 1}$$

= -0.25019918023 with the formula .Based on the logistic model, the predicted marriage rate in North Sumatra province for 2027 is 64305.93339.

Keywords: Differential Equation, Logistic Model, Marriage

Abstrak. Peramalan jumlah pernikahan merupakan prediksi pernikahan yang akan terjadi di masa depan berdasarkan dengan data sekarang dan masa lampau. Jumlah populasi penduduk menikah bersifat kontinu yaitu pertumbuhannya terus menerus tanpa putus. Model yang digunakan untuk populasi bersifat kontinu yaitu digunakan model logistik. Penelitian ini bertujuan untuk melihat pertumbuhan pernikahan pada periode tahun 2027 dengan menggunakan pertumbuhan model logistik. Dilihat dari data yang diperoleh dari BPS (Badan Pusat Statistik) Provinsi Sumatera Utara dari tahun 2020 hingga tahun 2023, dapat diperoleh batas tampung (C) = 81790,36 . Model logistik yang dapat digunakan untuk memaramalkan tingkat pernikahan di provinsi Sumatera Utara yaitu dengan nilai k = -0,25019918023 dengan rumus

$$P_t = \frac{81790,36}{e^{-(-0,25019918023)t} (0,03673832581) + 1}$$

.Berdasarkan model logistik diprediksi tingkat pernikahan di provinsi Sumatera Utara untuk tahun 2027 yaitu 64305,93339

Kata Kunci : Persamaan Diferensial, Model Logistik,Pernikahan.

1. LATAR BELAKANG

Dapat dikatakan makna pernikahan dalam masyarakat dapat dilihat dari dua sisi. Dimana pernikahan adalah sebuah perintah agama dan di sisi lain merupakan satu- satunya jalan dalam menyalurkan hubungan yang disahkan oleh agama. Serta dari sisi ini, saat seseorang melakukan pernikahan dan pada saat yang bersamaan juga bukan hanya mempunyai keinginan secara perintah agama, tetapi juga mempunyai kebutuhan biologisnya (Malisi, 2022).

Di Indonesia pernikahan yang dicatat secara hukum adalah pernikahan seagama. Meskipun di Indonesia adalah negara dengan keragaman yang dapat menghargai setiap perbedaan, tetapi pernikahan yang dicatat ialah pernikahan pasangan dengan satu agama. Pernikahan yang diakui dan diurus bukti legalitasnya, di zaman sekarang banyak terjadi masalah dalam masyarakat akibat dari tidak tercatatnya pernikahan seperti terlantarnya pasangan dan anak, perceraian, sampai perebutan hak waris (Ningtias, 2022).

Generasi milenial saat ini banyak yang mengalami ketakutan dalam menikah atau berkomitmen dalam berumah tangga, bahkan banyak yang lebih mememintingkan stabilitas finansial sebelum memutuskan untuk menikah, sehingga hal-hal tersebut membuat angka pernikahan di Indonesia cukup menurun. Fenomena absen nya menikah ditengah kalangan generasi saat ini pastinya cukup membuat khawatir akan angka pernikahan di tahun-tahun berikutnya, khusus nya pada provinsi Sumatera Utara. Mengenai pertumbuhan angka pernikahan ini di provinsi Sumatera Utara dapat diketahui dengan melakukan peramalan dengan menggunakan Persamaan Diferensial Model Logistik.

Persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang melibatkan satu atau lebih variabel fungsi, yang menghubungkan nilai fungsi tersebut dengan turunannya pada berbagai tingkat. Persamaan ini menjadi dasar utama dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi karena memiliki sifat yang sederhana. Model logistik, sebagai pengembangan dari model eksponensial yang diperkenalkan oleh Malthus, pertama kali diperkenalkan oleh Pierre Francois Verhulst pada tahun 1838.

Dilihat dari permasalahan yang telah dijelaskan, adapun tujuan yang diperoleh dari penelitian ini adalah untuk memprediksi laju pertumbuhan tingkat perumbuhan pernikahan di Sumatera Utara dengan Persamaan Diferensial Model Logistik.

2. KAJIAN TEORITIS

a. Penelitian Terdahulu

Hasil kajian (Simbolon et al., 2023) dalam penelitiannya mengenai tingkat pertumbuhan kendaraan bermotor di Kota Pematang Siantar dengan menerapkan persamaan diferensial model logistik menghasilkan model logistik yang dapat digunakan untuk meramalkan pertumbuhan kendaraan bermotor yaitu model dengan nilai $k = 0,249895$ dengan persamaan yang digunakan

$$P(t) = \frac{112.680}{(6,518516)e^{(0,249895)(t)} + 1}$$

Berdasarkan model logistik diramalkan banyaknya jumlah kendaraan bermotor di Kota Pematang Siantar pada tahun 2024 yaitu sebesar 52.812,16 unit.

Dalam kajian yang telah dilakukan oleh (Pratiwi, 2021) menerapkan persamaan diferensial model logistik untuk mengestimasi penduduk di Kota Balikpapan. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan menggunakan model logistik, didapatkan tiga model dengan nilai k yang diperoleh berbeda-beda pada setiap tahunnya. Ketiga model logistik tersebut adalah :

Model Logistik I ;

$$P(t) = \frac{809967}{e^{1,823067775t} (0,100573409) + 1}$$

Model Logistik II :

$$P(t) = \frac{809967}{e^{-0,4795214107t} (0,100573409) + 1}$$

Model Logistik III :

$$P(t) = \frac{809967}{e^{0,3092731131t} (0,100573409) + 1}$$

Sehingga dari ketiga model diatas dapat disimpulkan bahwa model eksponensial II merupakan model yang efektif dan terbaik yang dapat digunakan ketika $t = 10$, maka estimasi jumlah penduduk di tahun 2025 adalah sebanyak 809.294 jiwa.

b. Model Pertumbuhan Logistik

Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Pierre Verhulst, seorang matematikawan sekaligus ahli biologi asal Belanda, pada tahun 1883. Verhulst menjelaskan bahwa tingkat pertumbuhan dan kapasitas tampung (*carrying capacity*) dapat diestimasi berdasarkan rentang waktu pengumpulan data yang diinginkan. Model pertumbuhan logistik menyatakan bahwa sumber daya logistik memiliki batas tertentu, dengan asumsi bahwa pada suatu saat jumlah populasi akan mencapai titik keseimbangan (*equilibrium*) (Nuraeni, 2017).

Bentuk umum dari model pertumbuhan logistik yaitu :

$$\frac{dp}{dt} = kp \left(\frac{p}{c} \right) \quad (2.1)$$

Keterangan :

p = jumlah populasi saat t

k = laju pertumbuhan instrinsik

C = *carrying capacity*

Dengan memisahkan kedua peubah dalam persamaan, seperti berikut :

$$\begin{aligned}\frac{dp}{p\left(1-\frac{p}{C}\right)} &= kdt \\ \int \frac{dp}{p\left(1-\frac{p}{C}\right)} &= \int kdt \\ \int \frac{dp}{p-\frac{p^2}{C}} &= \int kdt \\ \int \frac{Cdp}{Cp-p^2} &= \int kdt \\ \ln p - \ln(C-p) &= kt + c \\ \ln\left(\frac{p}{C-p}\right) &= kt + c \\ \frac{p}{C-p} &= e^{kt+c} \\ p &= e^{kt+c} (C-p) \\ p &= Ce^{kt+c} - pe^{kt+c} \\ p + pe^{kt+c} &= Ce^{kt+c} \\ p(1+e^{kt+c}) &= Ce^{kt+c} \\ p &= \frac{Ce^{kt+c}}{1+e^{kt+c}}\end{aligned}\tag{2.2}$$

Dari persamaan di atas maka diberikan nilai awal $t=0$ dan $p(0)=p_0$ kemudian disubstitusikan kedalam persamaan (2.2) dan diperoleh nilai $c = \ln\left(\frac{p_0}{C-p_0}\right)$ selanjutnya nilai c disubstitusikan kedalam persamaan di atas, sehingga diperoleh secara khusus model logistik seperti berikut :

$$\begin{aligned}
P &= \frac{Ce^{kt + \ln\left(\frac{P_0}{C-P_0}\right)}}{1 + e^{kt + \ln\left(\frac{P_0}{C-P_0}\right)}} \\
P &= \frac{\frac{Ce^{kt}P_0}{C-P_0}}{\frac{C-P_0 + e^{kt}P_0}{C-P_0}} \\
P &= \frac{Ce^{kt}P_0}{C-P_0 + e^{kt}P_0} \\
P &= \frac{CP_0}{(C-P_0 + e^{kt}P_0)e^{-kt}} \\
P &= \frac{CP_0}{Ce^{-kt} - P_0e^{kt} + P_0} \\
P &= \frac{C}{\left(\frac{C}{P_0}e^{-kt} - e^{-kt} + 1\right)}
\end{aligned}$$

Maka diperoleh persamaan solusi khusus dari model logistik sebagai berikut :

$$P = \frac{C}{e^{-kt} \left(\frac{C}{P_0} - 1 \right) + 1} \quad (2.3)$$

Jika persamaan (2.3) dilimitkan $t \rightarrow \infty$, maka didapatkan (untuk $k > 0$) :

$$N_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} N = C = \frac{a}{b} \quad (2.4)$$

Berikutnya dengan melakukan substitusi nilai $C = \frac{a}{b}$ ke persamaan (2.3) maka

diperoleh C sebagai berikut :

$$C = \frac{P_1(P_0P_1 - 2P_0P_2 + P_1P_2)}{P_1^2 - P_0P_2} \quad (2.5)$$

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan menggunakan metode Persamaan Diferensial Model Logistik. Penelitian ini menggunakan teknik studi literatur dan pengambilan data . Data yang akan digunakan pada penelitian berupa data sekunder yang merupakan jenis data kuantitatif, yaitu data jumlah pernikahan di provinsi Sumatera Utara dari tahun 2020 hingga tahun 2023. Adapun cara dalam pengambilan data yaitu dengan mengunduh data melalui *website* Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Medan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

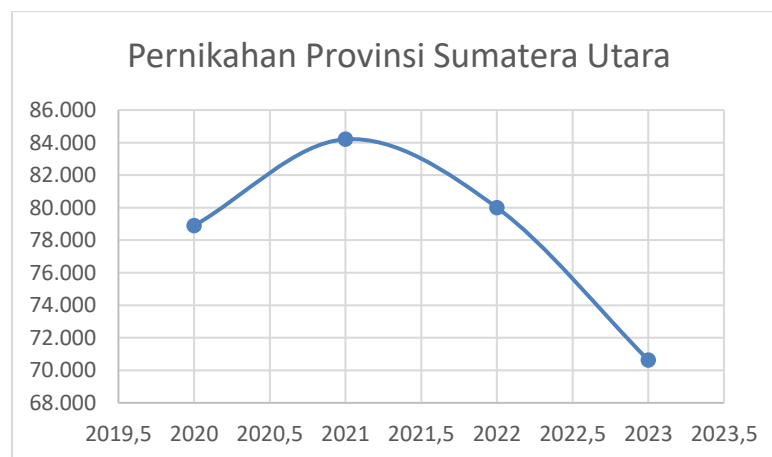
Dilihat dari data yang diperoleh melalui *website* Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sumatera Utara yakni data jumlah pernikahan di Provinsi Sumatera Utara dari tahun 2020 sampai 2023 sebagai berikut :

Tabel 1. Jumlah pernikahan di provinsi Sumatera Utara

Tahun	Pernikahan Provinsi Sumatera Utara
2020	78.892
2021	84.202
2022	80.004
2023	70.630

Sumber : Badan Pusat Statistik (BPS) Sumatera Utara (2024)

Melalui tabel yang disajikan diatas supaya mengetahui berapa besar pertumbuhan jumlah pernikahan di provinsi Sumatera Utara setiap tahunnya maka disajikan data tersebut dalam bentuk *scatter plot* maka grafik dihasilkan sebagai berikut :



Gambar 1. Grafik jumlah pernikahan di Provinsi Sumatera Utara

Dari grafik tersebut dapat disimpulkan bahwa peningkatan terjadi pada tahun 2021 dan mengalami penurunan drastis pada tahun 2023. Untuk menentukan daya tampung (*carrying capacity*) maka akan diperoleh dari pernikahan pada tahun 2020 (P_0) =78.892, tahun 2021 (P_1) =84.202, tahun 2022 (P_2) =80.004. Untuk mendapatkan nilai daya tampung (*carrying capacity*) digunakan persamaan (2.5) berikut dan penyelesaian khusus yang diperoleh sebagai berikut:

$$C = \frac{P_1(P_0P_1 - 2P_0P_2 + P_1P_2)}{P_1^2 - P_0P_2}$$

$$C = \frac{84202(78892 \cdot 84202 - 2(78892 \cdot 80004) + (84202 \cdot 80004))}{(84202)^2 - (78892 \cdot 80004)}$$

$$C = 81790,36$$

Maka nilai C atau *Carrying Capacity* sebesar 81790,36. Selanjutnya mencari nilai k untuk setiap t dengan mensubstitusikan ke dalam persamaan (2.3) maka akan diperoleh :

Ketika $t = 1$, $P_1 = 84202$

$$P(t) = \frac{C}{e^{-kt} \left(\frac{C}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$P_1 = \frac{C}{e^{-kt} \left(\frac{C}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$84202 = \frac{81790,36}{e^{-k \cdot 1} \left(\frac{81790,36}{78892} - 1 \right) + 1}$$

$$84202 = \frac{81790,36}{e^{-k} (0,03673832581) + 1}$$

$$84202(e^{-k} (0,03673832581) + 1) = 81790,36$$

$$\frac{-0,0286411249}{0,03673832581} = e^{-k}$$

$$-0,7786451921 = e^{-k}$$

$$\ln -0,7786451921 = -k$$

$$-0,25019918023 = k$$

Maka diperoleh k ketika $t = 1$, $P_1 = 84202$ adalah -0,25019918023.

Ketika $t = 2$, $P_2 = 80004$

$$P_2 = \frac{C}{e^{-kt} \left(\frac{C}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$80004 = \frac{81790,36}{e^{-k \cdot 2} \left(\frac{81790,36}{78892} - 1 \right) + 1}$$

$$80004 = \frac{81790,36}{e^{-2k} (0,03673832581) + 1}$$

$$80004 (e^{-2k} (0,03673832581) + 1) = 81790,36$$

$$\frac{0,02229004962}{0,03673832581} = e^{-2k}$$

$$0,60672469767 = e^{-2k}$$

$$\ln 0,60672469767 = -2k$$

$$0,249840068 = k$$

Ketika $t = 2$, $P_2 = 80004$ maka diperoleh nilai k sebesar $0,249840068$.

Ketika $t = 3$, $P_3 = 70630$

$$P_3 = \frac{C}{e^{-kt} \left(\frac{C}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$70630 = \frac{81790,36}{e^{-k \cdot 3} \left(\frac{81790,36}{78892} - 1 \right) + 1}$$

$$70630 = \frac{81790,36}{e^{-3k} (0,03673832581) + 1}$$

$$70630 (e^{-3k} (0,03673832581) + 1) = 81790,36$$

$$\frac{0,1580116098}{0,03673832581} = e^{-3k}$$

$$4,30100191874 = e^{-3k}$$

$$\ln 4,30100191874 = -3k$$

$$-0,486282664 = k$$

Ketika $t = 3$, $P_3 = 70630$ maka diperoleh nilai k sebesar $-0,486282664$.

Berikutnya, setelah memperoleh nilai k dari setiap t maka didapatkan beberapa macam model logistik yang akan digunakan serta dipilih menjadi pendugaan jumlah tingkat pernikahan di provinsi Sumatera Utara. sehingga hasil yang diperoleh dari model logistik sebagai berikut:

1. Model Logistik I

$$P_t = \frac{81790,36}{e^{-(0,25019918023)t} (0,03673832581) + 1}$$

2. Model Logistik II

$$P_t = \frac{81790,36}{e^{-(0,249840068)t} (0,03673832581) + 1}$$

3. Model Logistik III

$$P_t = \frac{81790,36}{e^{-(0,486282664)t} (0,03673832581) + 1}$$

Selanjutnya ketiga model logistik tersebut kemudian disubstitusikan untuk mendapatkan hasil yang selanjutnya akan dibandingkan dengan data jumlah pernikahan di provinsi Sumatera Utara dari tahun 2020 sampai 2021 dan hasilnya disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 2. Model logistik

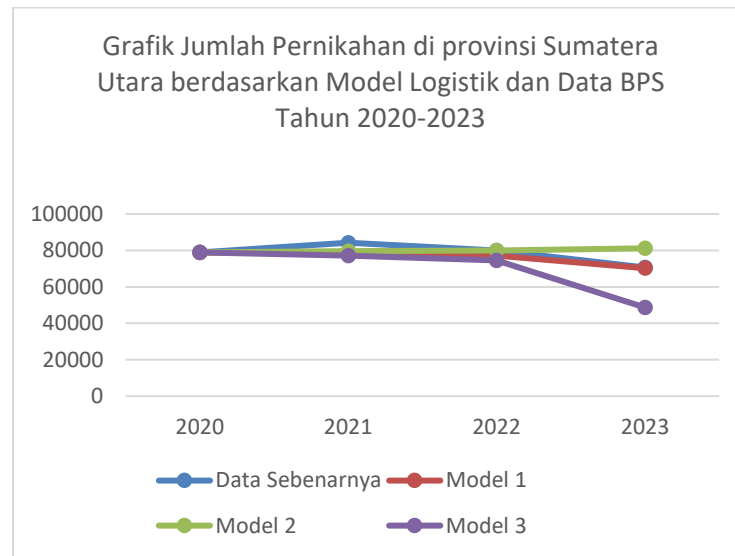
Tahun	t	Model 1	Model 2	Model 3
2020	0	78892	78892	78892
2021	1	78105,18	79514,92796	77179,20682
2022	2	77117,4	80007	74547,16392
2024	3	70215,56	81124,70756	48696,09396

Berdasarkan tabel 2 diatas, maka selanjutnya memilih model terbaik yang memiliki kesalahan yang paling kecil dan mempunyai nilai hasil yang mendekati dengan hasil data jumlah pernikahan di provinsi Sumatera Utara. Adapun disajikan tabel perbandingan hasil perhitungan dengan setiap model dengan data jumlah pernikahan di provinsi Sumatera Utara yakni sebagai berikut :

Tabel 3. Perbandingan hasil data sebenarnya dengan model logistik

Data				
Tahun	Sebenarnya	Model 1	Model 2	Model 3
2020	78.892	78892	78892	78892
2021	84.202	78105,18	79514,92796	77179,20682
2022	80.004	77117,4	80007	74547,16392
2024	70.630	70215,56	81124,70756	48696,09396

Agar melihat nilai peramalan model logistik dengan menggunakan nilai k yang berbeda-beda dapat dilihat pada grafik berikut:



Gambar 2. Grafik jumlah pernikahan di provinsi Sumatra Utara berdasarkan model logistik dan data BPS tahun 2020-2023

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa ada model yang mengalami peningkatan maupun penurunan. Sehingga dari tiga model yang digunakan yang hasilnya mendekati nilai sebenarnya yaitu metode I. Untuk menganalisis model yang digunakan maka melihat nilai error terkecil dengan mencari nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*). Adapun nilai MAPE dari semua model dapat diperhatikan melalui tabel berikut:

Tabel 4. Nilai MAPE setiap model logistik

Tahun	Data Sebenarnya	Model 1	Model 2	Model 3
2020	78.892	78892	78892	78892
2021	84.202	78105,18	79514,928	77179,20682
2022	80.004	77117,4	80007	74547,16392
2023	70.630	70215,56	81124,7076	48696,09396
MAPE		2,858888156	5,10723061	11,55394375

Setelah menghitung MAPE didapati nilai *error* terkecil yaitu pada model I dengan nilai MAPE sebesar 2,8 % dengan $k = -0,25019918$ maka untuk prediksi jumlah pernikahan untuk tahun berikutnya menggunakan model logistik I karena yang paling mendekati nilai realita dari jumlah pernikahan. Maka untuk melihat untuk tahun 2024 ($t = 4$) didapati dengan mensubstitusi model logistik I dengan $t=4$, adapun perhitungannya sebagai berikut :

$$P_t = \frac{81790,36}{e^{-(0,25019918023)t} (0,03673832581) + 1}$$
$$P_4 = \frac{81790,36}{e^{-(0,25019918023)^4} (0,03673832581) + 1}$$
$$P_4 = 74358,6096$$

Maka hasil perhitungan prediksi jumlah pernikahan pada tahun 2024 meningkat dari tahun sebelumnya. Maka hasil prediksi untuk tahun berikutnya disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 5. Hasil perhitungan peramalan jumlah pernikahan dengan Model I

Tahun	Hasil Prediksi
2024	72486,2353
2025	70215,56069
2026	67499,97751
2027	64305,93339

Adapun hasil perhitungan prediksi jumlah pernikahan dengan Model I disajikan grafik sebagai berikut:



Gambar 3. Hasil prediksi tingkat pernikahan di Sumatera Utara

Dari hasil perhitungan berikut dapat dilihat semakin tahun pertumbuhan pernikahan di Provinsi Sumatera Utara semakin menurun. Penurunan angka pernikahan di Provinsi Sumatera Utara sangat signifikan dikhawatirkan dapat menyebabkan penurunan angka kelahiran dan berdampak pada struktur populasi di Provinsi Sumatera Utara.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil analisis penelitian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa berdasarkan perhitungan menggunakan model populasi logistik yang telah dilakukan diperoleh 3 macam model sesuai dengan k yang berbeda-beda pada setiap tahunnya. Model logistik yang akan digunakan untuk memprediksi tingkat pernikahan di provinsi Sumatera Utara yaitu dengan nilai $k = -0,25019918023$ dengan rumus

$$P_t = \frac{81790,36}{e^{-(0,25019918023)t} (0,03673832581) + 1}$$

Berdasarkan model logistik diprediksi tingkat pernikahan di provinsi Sumatera Utara untuk tahun 2027 yaitu 64305,93339.

Berdasarkan dari penelitian ini diharapkan bisa membandingkan nya menggunakan menggunakan metode lain. Sehingga dapat menjadikan perbandingan antara metode Persamaan Diferensial Model Logistik dengan metode terbaru.

DAFTAR REFERENSI

- Faizah, Aminatuz Zulfa. 2020. Estimasi Jumlah Penduduk Menggunakan Metode Ekspensial Di Desa Bulaksari Kecamatan Bantarsari Kabupaten Cilacap. SKRIPSI: Universitas Nahdlatul Ulama Al Ghazali (UNUGHA)
- Malisi, Ali Sibra. 2022. Pernikahan Dalam Islam. *SEIKAT: Jurnal Ilmu Sosial, Politik dan Hukum*.
- Ningtias, Indira Setia. 2022. Faktor Yang Mempengaruhi Penurunan Angka Pernikahan Di Indonesia. *Jurnal Registratie*.
- Nuraeni, Z. (2017). Aplikasi Persamaan Diferensial dalam Estimasi Jumlah Populasi. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 5(1), 9–16.
- Pratiwi, C. D. (2021). Aplikasi Persamaan Diferensial Model Populasi Logistik Untuk Mengestimasi Penduduk Di Kota Balikpapan. *AdMathEdu : Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Ilmu Matematika Dan Matematika Terapan*, 10(1), 63. <https://doi.org/10.12928/admathedu.v10i1.15941>
- Simbolon, S. S. N., Antasari, J., & Sirait, D. E. (2023). Implementasi Persamaan Diferensial Model Logistik untuk Memprediksi Tingkat Pertumbuhan Kendaraan Bermotor di Kota Pematang Siantar. *Attractive : Innovative Education Journa*, 4, 1061–1068.