Algoritma: Jurnal Matematika, Ilmu pengetahuan Alam, Kebumian dan Angkasa
Volume. 2 No. 6 November 2024
e-ISSN: 3046-5427; dan p-ISSN: 3032-6230, Hal 118-130
DOI: https://doi.org/10.62383/algoritma.v2i6.290
Available Online at: https://journal.arimsi.or.id/index.php/Algoritma

Implementasi *Fast Fourier Transform* dalam Penyelesaian Persamaan Difusi Panas Satu Dimensi

Elsa Wisudawati Batubara[1*], Pardomuan Sitompul[2]
[1,2] Universitas Negeri Medan, Indonesia

Alamat : Jl. William Iskandar Ps. V, Kenangan Baru, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara 20221
Korespondensi penulis: elsabatubara0811@gmail.com

Abstract *The Fast Fourier Transform (FFT) method for solving the 1-D heat diffusion equation offers an efficient approach for resolving partial differential equations (PDEs) with various time steps* (Δt). *FFT is used to transform the 1-D heat diffusion equation into the frequency domain and back to the time domain through inverse FFT. Using mathematical modeling with initial and Dirichlet boundary conditions, the numerical solutions produced by FFT are compared with analytical solutions. The accuracy of the method is validated using MAE and MSE calculated in Matlab. At several time intervals* t, *the obtained MAE and MSE values indicate a good agreement between the numerical and analytical solutions, with very small errors. Numerical stability analysis confirms the reliability of the FFT method across various* (Δt). *The variation in time step* (Δt) *has a significant impact on the accuracy and stability of the solution. Smaller time steps improve accuracy and stability but require longer computation times. The optimal time step selected in this study is* $\Delta t = 5 x 10^{-7}$. *Increasing the number of discretization points* (N) *also enhances accuracy but implies an increase in computational load and memory usage. The FFT method demonstrates good numerical consistency with increasing* N.

Keywords: *Fast Fourier Transform (FFT), 1-D Heat Diffusion Equation, Numerical Accuracy, Stability, Variation* (Δt)

Abstrak Metode *Fast Fourier Transform* (FFT) untuk penyelesaian persamaan difusi panas 1-D menawarkan metode efisien dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial (PDE) dengan berbagai langkah waktu (Δt). FFT digunakan untuk mentransformasi persamaan difusi panas 1-D ke domain frekuensi dan kembali ke domain waktu melalui inversi FFT. Dengan menggunakan pemodelan matematis dengan kondisi awal dan batas Dirichlet, solusi numerik yang dihasilkan oleh FFT dibandingkan dengan solusi analitik. Akurasi metode di validasi menggunakan MAE dan MSE yang dihitung menggunakan Matlab. Pada beberapa interval waktu t, nilai MAE dan MSE yang diperoleh menunjukkan kesesuaian yang baik antara solusi numerik dan analitik, dengan kesalahan yang sangat kecil. Analisis stabilitas numerik menegaskan keandalan metode FFT dalam berbagai (Δt). Variasi langkah waktu (Δt) memiliki pengaruh signifikan terhadap akurasi dan stabilitas solusi. Langkah waktu yang lebih kecil meningkatkan akurasi dan stabilitas namun memerlukan waktu komputasi yang lebih lama. Langkah waktu optimal yang dipilih dalam penelitian ini adalah $\Delta t = 5 x 10^{-7}$. Peningkatan jumlah titik diskritisasi (N) juga meningkatkan akurasi namun berimplikasi pada peningkatan beban komputasi dan penggunaan memori. Metode FFT menunjukkan konsistensi numerik yang baik dengan peningkatan nilai N.

Kata kunci: *Fast Fourier Transform* (FFT), Persamaan Difusi Panas 1-D, Akurasi Numerik, Stabilitas, Variasi (Δt).

1. LATAR BELAKANG

Persamaan panas adalah persamaan diferensial parsial parabolik yang menggambarkan perubahan distribusi suhu dalam suatu objek seiring waktu. Persamaan panas digunakan dalam berbagai bidang seperti rekayasa material, proses manufaktur, dan analisis energi. Penyelesaian persamaan panas dapat dilakukan melalui solusi analitik yang menghasilkan hasil sangat akurat. Namun, solusi analitik sulit diterapkan pada kasus-kasus kompleks atau berdimensi tinggi karena keterbatasannya dalam menangani bentuk geometri yang rumit.

Received: Agustus 27, 2024; Revised: September 15, 2024; Accepted: Oktober 30, 2024; Published: November 04, 2024

Sebagai alternatif, metode numerik telah dikembangkan untuk menghasilkan solusi hampiran yang dapat disesuaikan dengan kebutuhan aplikasi. Metode Volume Hingga (Ardila, 2017) dan Metode Beda Hingga (Fransisca, 2018) adalah dua metode numerik tradisional yang sering digunakan dalam penyelesaian persamaan panas. Namun, pendekatan ini membutuhkan perhitungan yang kompleks dan waktu komputasi yang panjang. Terutama untuk sistem besar atau geometri yang kompleks, metode numerik tradisional ini tidak selalu efisien karena melibatkan pemecahan matriks besar yang menghabiskan banyak sumber daya komputasi (Supriyono, 2005).

FFT *(Fast Fourier Transform)* muncul sebagai metode yang lebih efisien untuk menghitung Transformasi Fourier Diskrit dalam perhitungan numerik. FFT tidak hanya dapat mengurangi waktu komputasi secara signifikan, tetapi juga menawarkan stabilitas dan akurasi yang lebih baik dibandingkan metode numerik konvensional (Dine, 2021; Andi, 2019). Beberapa penelitian sebelumnya, seperti yang dilakukan oleh Garnadi (2004) dan Maghfur & Kusumastuti (2020), telah memanfaatkan transformasi Fourier untuk menyelesaikan masalah panas pada sistem yang luas, namun belum mengoptimalkan penggunaan FFT sebagai metode utama penyelesaian persamaan panas pada kondisi batas tertentu.

Penelitian ini menawarkan kebaruan dengan mengimplementasikan FFT pada penyelesaian persamaan panas satu dimensi pada domain spasial dengan kondisi batas Dirichlet. Dengan menggunakan FFT, penelitian ini diharapkan mampu mengatasi keterbatasan metode numerik tradisional, seperti efisiensi komputasi dan stabilitas hasil. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengembangkan pendekatan komputasi yang lebih cepat dan stabil, yang relevan bagi berbagai aplikasi teknologi, seperti sistem pendinginan dan analisis energi yang membutuhkan pemahaman mendalam terkait distribusi panas dalam waktu yang lebih singkat.

2. KAJIAN TEORITIS

1. Persamaan Panas Satu Dimensi

Persamaan panas merupakan persamaan diferensial parsial parabolik yang menggambarkan perubahan distribusi suhu dalam suatu medium sebagai fungsi waktu. Dalam satu dimensi, persamaan pana dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Dimana $u(x,t)$ adalah suhu pada titik x dan waktu t dan α adalah koefisien difusi termal. Model ini mendasar pada prinsip bahwa panas berpindah dari daerah bersuhu tinggi ke suhu rendah dan mencerminkan Hukum Fick dalam proses difusi termal.

2. Kondisi Awal dan Kondisi Batas

Untuk menghasilkan solusi unik, persamaan panas memerlukan kondisi awal yang menetapkan suhu sepanjang batang pada $t = 0$ serta kondisi batas pada kedua ujung batang. Misalnya, dengan kondisi batas Dirichlet suhu pada ujung batang tetap konstan:

$$u(0,t) = u(L,t) = 0$$

dan kondisi awal yang menggambarkan distribusi suhu awal:

$$u(x,0) = f(x)$$

Dengan kondisi awal dan kondisi batas oersamaan panas memiliki solusi yang unik dan stabil.

3. Solusi Analitik dengan Metode Pemisahan Variabel

Untuk kasus sederhana, solusi analitik dari persamaan panas dapat doperoleh menggunakan metode pemisah variabel yang mengasumsikan bentuk solusi:

$$u(x,t) = X(x)T(t)$$

Substitusi ini menghasilkan dua persamaan terpisah untuk variabel spasial dan waktu. Penyelesaian menggunakan metode *Sturm-Liouville* menghasilkan solusi dalam bentuk deret fourier:

$$u_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \; sin \; \left(\frac{n\pi x}{l}\right) e^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \alpha t}$$

dimana c_n adalah koefisien fourier yang ditentukan dari kondisi awal. Solusi analitik terbatas pada kasus ssederhana, sehingga metode numerik dibutuhkan untuk sistem yang lebih kompleks.

4. Pendekatan *Fast Fourier Transform* (FFT)

FFT adalah algoritma efisien untuk menghitung *Discrete Fourier Transform* (DFT) yang mengubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi. Dalam penelitian ini, FFT berfungsi smempercepat perhitungan distribusi suhu dalam domain frekuensi, memungkinkan penyederhanaan persamaan panas. DFT untuk data diskrit $u(n)$ didefinisiakan sebagai:

$$U(k) = \sum_{n=0}^{N-1} u(n). e^{-\frac{i2\pi nk}{N}}$$

dan invers DFT yang mengembalikan sinyal ke domain waktu seperti berikut:

$$u(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U(k). e^{\frac{i2\pi nk}{N}}$$

Dengan menerapkan FFT, persamaan panas satu dimensi dalam domain frekuensi disederhanakan menjadi:

$$\frac{dU_k(t)}{dt} = -\alpha \left(\frac{2\pi k}{l}\right) U_k(t)$$

yang dapat diselesaikan secara eksponensial:

$$U_k(t) = U_k(0) e^{-\alpha\left(\frac{2\pi k}{l}\right)^2 t}$$

Solusi ini kemudian dikembalikan ke domain spasial dengan inverse FFT (IFFT) dan menghasilokan distribusi suhu yang lebih cepat dan stabil dibandingkan metode numerik lainnya.

5. Peran MATLAB dalam Implementasi

MATLAB adalah perangkat lunak yang menyediakan alat komputasi numerik dan visualisasi yang efektif. Dalam penelitian ini MATLAB digunakan untuk mengimplementasikan algoritma FFT melalui fungsi fft dan ifft yang mendukung transformasi fourier diskrit secara efisien. Selain itu, MATLAB memungkinkan visualisasi distribusi suhu hasil simulasi dalam domain waktu dan frekuensi. Penggunaan MATLAB mengoptimalkan proses perhitungan dan penyajian data sehingga hasil penelitian dapat divisualisasikan secara akurat dan efisien.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dirancang sebagai studi kepustakaan dan laboratorium komputasi, yang bertujuan untuk mengkaji dan mengimplementasikan metode *Fast Fourier Transform* (FFT) dalam penyelesaian persamaan panas satu dimensi dengan syarat batas Dirichlet. Sebagai penelitian kualitatif, pendekatan ini difokuskan pada analisis deskriptif komparatif terhadap hasil komputasi yang diperoleh dari model persamaan panas. Penelitian memanfaatkan berbagai literatur terkait persamaan panas, FFT, dan penggunaan MATLAB sebagai alat utama dalam simulasi komputasi.

Dalam hal populasi dan sampel, penelitian ini menggunakan model komputasi sebagai representasi dari sampel kasus, yaitu persamaan panas satu dimensi dalam domain spasial yang dipilih sesuai karakteristik masalah difusi panas. Sampel berupa distribusi suhu awal yang mengikuti syarat batas Dirichlet, yang membatasi perubahan suhu di ujung domain. Untuk memperoleh data, instrumen utama yang digunakan adalah simulasi hasil komputasi dalam MATLAB. Simulasi ini dilakukan melalui skrip khusus yang dirancang untuk menerapkan algoritma FFT pada persamaan panas satu dimensi, menghasilkan data distribusi suhu yang bervariasi sesuai waktu.

Alat analisis data utama adalah perangkat lunak MATLAB, yang menyediakan fungsi fft dan ifft untuk menghitung Transformasi Fourier Diskrit (DFT) dan Inverse DFT. Alat ini memungkinkan perbandingan distribusi suhu dalam domain spasial dan temporal, serta mendukung analisis stabilitas dan akurasi solusi numerik dari metode FFT. Hasil simulasi digunakan untuk mengevaluasi perubahan distribusi suhu sepanjang waktu, memastikan ketepatan dan keandalan metode yang diimplementasikan.

Prosedur penelitian terdiri dari beberapa tahap, yaitu: menentukan persamaan panas satu dimensi dengan syarat batas Dirichlet, mengkaji teori dasar dan algoritma FFT, menyusun program MATLAB untuk penyelesaian persamaan panas menggunakan FFT, menjalankan simulasi untuk mengamati distribusi suhu, menganalisis kestabilan metode, dan menarik kesimpulan dari hasil simulasi. Model penelitian didasarkan pada persamaan panas satu dimensi $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ dimana $u(x, t)$ adalah suhu, α adalah koefisien difusi termal, dan waktu sebagai variabel independen. Model ini diimplementasikan dengan FFT untuk transformasi domain spasial menjadi domain frekuensi, sehingga persamaan panas dapat disederhanakan. MATLAB menjalankan proses transformasi dan inversinya, memudahkan analisis distribusi suhu yang dihasilkan.

Rancangan penelitian ini memberikan panduan komprehensif untuk menguji dan menganalisis efektivitas metode FFT dalam menyelesaikan persamaan panas satu dimensi dengan akurasi dan stabilitas tinggi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini bertujuan menyelesaikan persamaan panas satu dimensi dengan kondisi batas Dirichlet menggunakan metode *Fast Fourier Transform* (FFT), dilaksanakan melalui simulasi komputasi di MATLAB. Data penelitian diperoleh dari hasil simulasi diskritisasi persamaan panas pada domain spasial dan evaluasi terhadap distribusi suhu seiring waktu, di mana setiap hasil dianalisis dalam domain frekuensi. Rentang waktu yang digunakan untuk melihat evolusi distribusi suhu dalam batang meliputi $(t = 0.0001), (t = 0.0005), (t = 0.001)$, yang dipilih untuk memastikan kestabilan dan akurasi hasil numerik.

4.1 Diskritisasi Domain dan Evaluasi Kondisi Awal

Langkah pertama dalam simulasi adalah diskritisasi domain spasial dengan membagi panjang batang menjadi titik-titik diskrit yang berjarak sama. Misal untuk $N = 8$ titik, nilai suhu dihitung pada setiap titik ini sebagai bagian dari kondisi awal $u(x, 0) = f(x) = x(1 - x)$ dengan puncak suhu berada ditengah batang dan suhu nol dikedua ujungnya, sesuai syarat batas Dirichlet sehingga diperoleh nilai dari kondisi awal pada titik-titik grid sebagai berikut:

$$u(x_n, 0) = x_n(1 - x_n)$$
$$= \left(\frac{n}{7}\right)\left(1 - \frac{n}{7}\right)$$

Nilai dari kondisi awal pada titik-titik diskrit ini dihitung dan disajikan dalam tabel 4.1

Tabel 1 Nilai Kondisi Awal $\boldsymbol{u(x_n, 0)}$ pada Titik-Titik Diskrit x_n

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{x_n}$	$\boldsymbol{u(x_n, 0)}$
0	0	0
1	0,1429	0,1224
2	0,2857	0,2041
3	0,4289	0,2449
4	0,5714	0,2449
5	0,7143	0,2041
6	0,8571	0,1225
7	1	0

Kondisi awal ini kemudian ditransformasikan ke domain frekuensi menggunakan *Discrete Fourier Transform* (DFT) melalui algoritma FFT di MATLAB. Dalam domain fourier persamaan panas menjadi persamaan diferensial biasa dengan melakukan transformasi fourier pada persamaan diskrit seperti berikut:

$$\frac{dU_k}{dt} = -\alpha(k)^2 U_k$$

Solusi dari persamaan ini dalam domain fourier adalah sebagai berikut:

$$U_k(t) = U_k(0)e^{-\alpha\left(\frac{2\pi k}{l}\right)^2 t}$$

Dengan $l = 1$, nilai $U_k(t)$ dihitung untuk setiap k dan kemudian digunakan untuk melakukan inversi FFT untuk mendapatkan distribusi $u_n(t)$ pada titik-titik diskrit x_n seperti berikut:

$$U_k(t) \ = U_k(0)e^{-\alpha\left(\frac{2\pi k}{l}\right)^2 t}$$

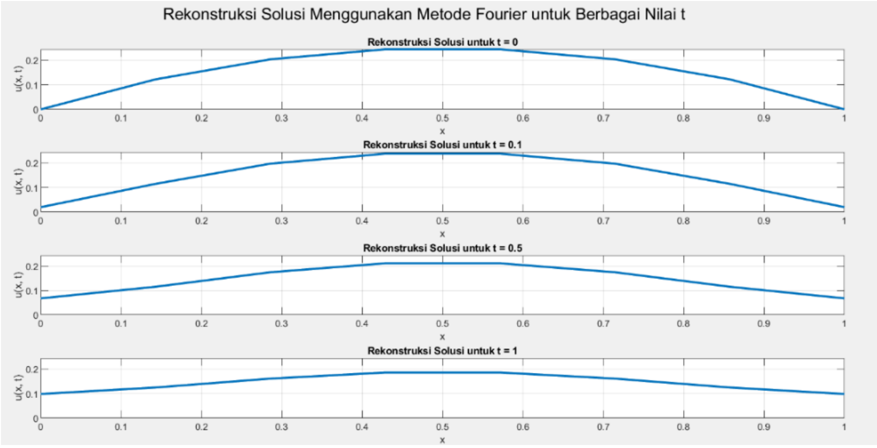
Hasil perhitungan fourier pada domain ini disajikan dalam tabel 4.2, yang memuat koefisien fourier dan menunjukkan bagaimana suhu pada titik-titik diskrit berubah seiring waktu.

Tabel 2 Hasil Perhitungan dalam Domain Fourier

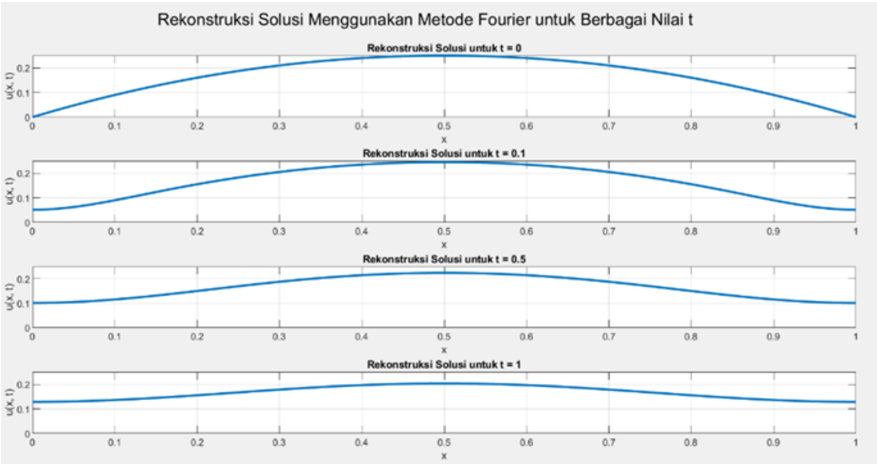
$\boldsymbol{k}$	$\boldsymbol{U_k}$**(t)**	$\boldsymbol{U_k}$**(0)**
0	1,1429	1,1429
1	$-0{,}4758 - 0{,}1970i\ x\ e^{-4\pi^2\alpha t}$	$-0{,}4758 - 0{,}1970i$
2	$-0{,}0817 - 0.0816i\ x\ e^{-16\pi^2\alpha t}$	$-0{,}0817 - 0.0816i$
3	$-0{,}0140 - 0{,}0338i\ x\ e^{-36\pi^2\alpha t}$	$-0{,}0140 - 0{,}0338i$
4	$-0{,}0001 + 0{,}0000i\ x\ e^{-64\pi^2\alpha t}$	$-0{,}0001$
5	$-0{,}0140 + 0{,}0338i\ x\ e^{-100\pi^2\alpha t}$	$-0{,}0140 + 0{,}0338i$
6	$-0{,}0817 + 0{,}0816i\ x\ e^{-144\pi^2\alpha t}$	$-0{,}0817 + 0{,}0816i$
7	$-0{,}4758 + 0{,}1970i\ x\ e^{-196\pi^2\alpha t}$	$-0{,}4758 + 0{,}1970i$

4.2 Hasil Simulasi dan Evolusi Distribusi Suhu

Simulasi dilakukan dengan menerapkan FFT pada persamaan panas untuk mengamati evolusi suhu dalam domain frekuensi, yang kemudian dikembalikan ke domain spasial melalui Inverse FFT (IFFT). Sumbu$-x$ menyatakan ruang dan sumbu$-y$ menyatakan nilai suhu pada posisi x pada waktu $t = 0{,}1$; $0{,}5\ dan\ 1{,}0$. Simulasi dilakukan untuk nilai $\alpha = 1$, $l = 1$. Dalam simulasi pertama, penerapan FFT pada kondisi awal memperlihatkan penyebaran panas dari titik pusat menuju ujung-ujung batang, sebagaimana tercantum dalam Gambar 1 dan Gambar 2 berikut:



Gambar 1 Simulasi Penyelesaian untuk N=8



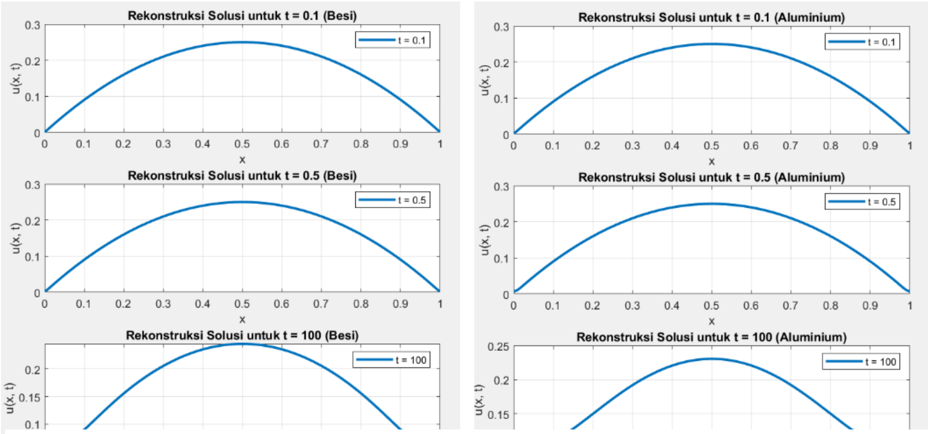
Gambar 2 Simulasi Penyelesaian untuk N=1000

Distribusi suhu menunjukkan difusi secara bertahap, dengan perataan suhu yang lebih signifikan seiring bertambahnya waktu hingga mencapai kondisi *steady-state*. Pada simulasi kedua yang melibatkan jumlah titik diskrit lebih besar (N = 1000), hasilnya konsisten dengan simulasi pertama, meskipun dengan visualisasi yang lebih halus. Hasil ini sesuai dengan prinsip difusi dan hukum pendinginan Newton yang menyatakan bahwa panas merambat dari daerah bersuhu tinggi ke daerah bersuhu rendah. Untuk daerah yang dekat dengan sumber panas tentunya memiliki suhu yang lebih tinggi. Ketika waktu t meningkat, maka distribusi panas pada batang akan semakin merata sehingga suhu akan mendekati nol di seluruh bagian batang.

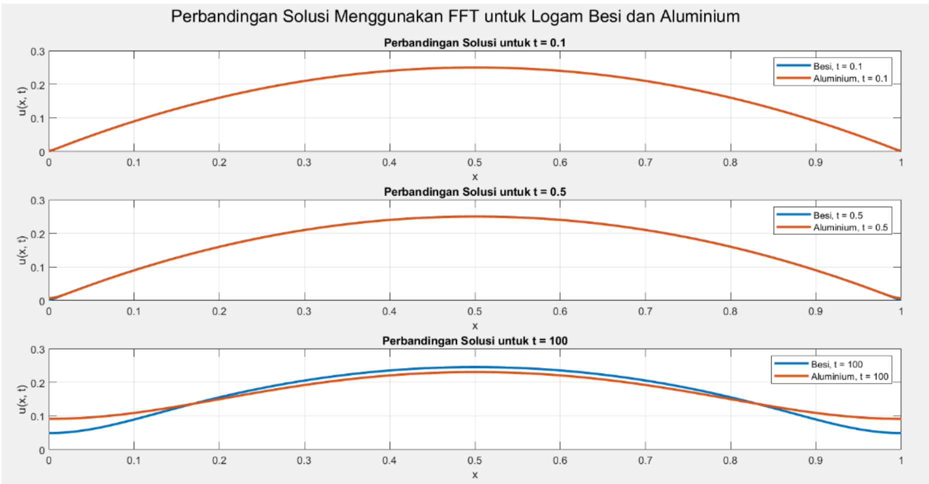
4.3 Pengarus Variasi Difusivitas Termal Material

Untuk mengevaluasi perbedaan material, simulasi ketiga membandingkan difusivitas termal besi dan aluminium. Dapat dilihat pada gambar berikut:

e-ISSN: 3046-5427; dan p-ISSN: 3032-6230, Hal 118-130



Gambar 3Simulasi Penyelesaian untuk Difusivitas Termal Materi yang Bervariatif



Gambar 4Perbandingan Simulasi Penyelesaian untuk Difusifitas Termal yang Bervariatif

Hasil simulasi (Gambar 3 dan 4) menunjukkan bahwa aluminium, dengan difusivitas termal lebih tinggi, mencapai *steady-state* lebih cepat dibandingkan besi, yang mengindikasikan penyebaran panas lebih efisien pada material dengan konduktivitas lebih baik. Hal ini menguatkan konsep bahwa difusivitas termal material berpengaruh langsung pada kecepatan penyebaran panas.

4.4 Keakuratan dan Kestabilan Metode FFT

Setiap metode numerik memiliki kesalahan *truncation*, yaitu kesalahan yang muncul karena solusi eksak dari persamaan diferensial diaproksimasi dengan bentuk diskrit. Keakuratan juga terkait dengan konsistensi dari metode numerik. Metode dikatakan konsisten jika persamaan diferensial diskrit mendekati persamaan diferensial kontinu. Keakuratan juga bisa diukur dari konvergensi, yaitu apakah solusi numerik mendekati solusi analitik seiring dengan pengecilan Δt dan Δx. Konvergensi menunjukkan bahwa solusi numerik tidak hanya stabil tetapi juga akurat dalam memberikan hasil yang mendekati solusi sebenarnya.

Berikut adalah perbandingan hasil rekonstruksi solusi menggunakan FFT dengan solusi analitik pada beberapa titik tertentu:

Tabel 3 Perbandingan Hasil Rekonstruksi Solusi Menggunakan FFT dengan Solusi Analitik

x	Solusi Analitik ($t =$ 0,0001)	Solusi FFT ($t =$ 0,0001)	Solusi Analitik ($t =$ 0,0005)	Solusi FFT ($t =$ 0,0005)	Solusi Analitik ($t =$ 0,0010)	Solusi FFT ($t =$ 0,0010)
0	0	0,0293	0	0,0874	0	0,1178
0,1429	0.1211	0,1137	0.1203	0,1211	0,1194	0,1325
0,2857	0,2056	0,1939	0,2047	0,1663	0,2035	0,1533
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
1	$3{,}5046e^{-17}$	0,0293	$3{,}48e^{-17}$	0,0874	$3{,}4499e^{-17}$	0,1178

Dalam evaluasi akurasi metode, solusi yang dihasilkan oleh FFT dibandingkan dengan solusi analitik menggunakan perhitungan *Mean Absolute Error* (MAE) pada MATLAB.

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|u_{analitik}(x_i, t) - u_{FFT}(x_i, t)|$$

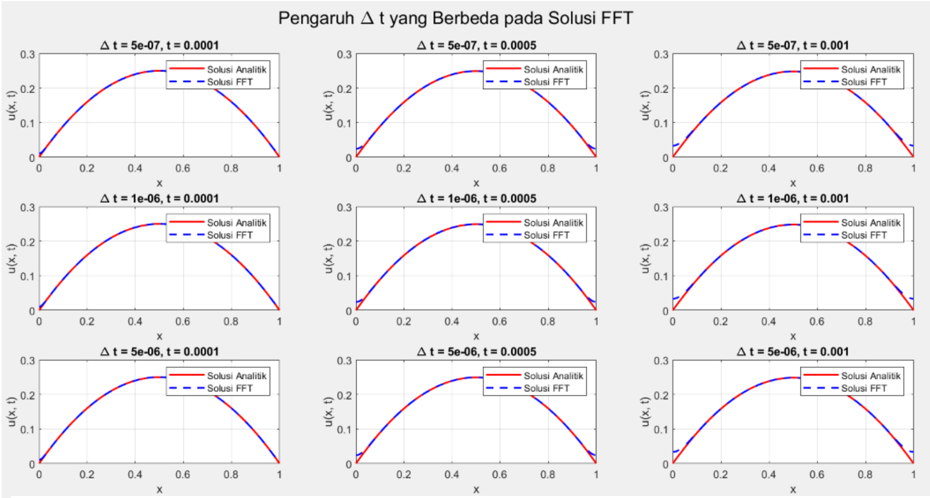
Sehingga diperoleh hasil perhitungan MAE seperti berikut:

MAE untuk $t = 0{,}0001 \rightarrow 0{,}014423$

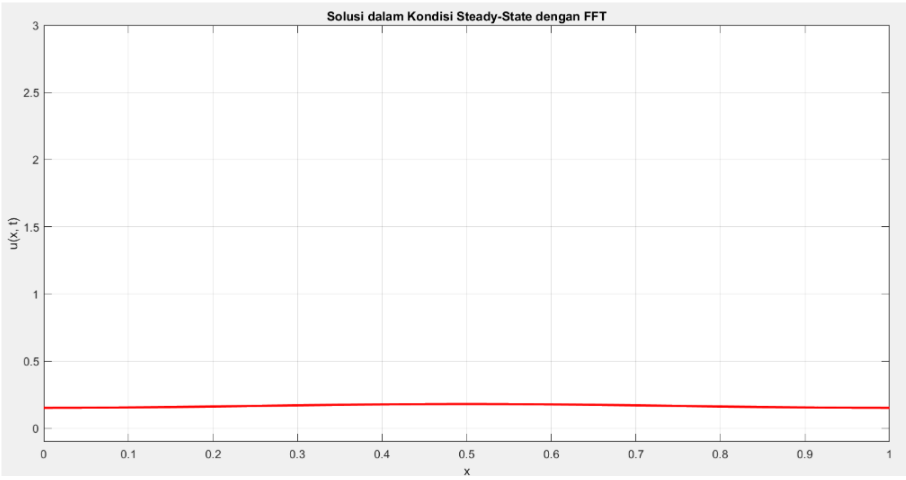
MAE untuk $t = 0{,}0005 \rightarrow 0{,}043303$

MAE untuk $t = 0{,}0010 \rightarrow 0{,}063899$

Nilai MAE yang rendah menunjukkan bahwa hasil numerik mendekati solusi analitik pada setiap waktu yang ditinjau, membuktikan akurasi metode FFT dalam memberikan solusi mendekati kondisi nyata. Kestabilan metode juga diuji dengan variasi interval waktu. Dengan mempertahankan batas kestabilan Courant, hasil simulasi menunjukkan solusi tetap terkendali tanpa osilasi atau divergensi yang berlebihan, seperti ditunjukkan pada Gambar 5 dan Gambar 6



Gambar 5 Perbandingan Solusi FFT dengan Solusi Analitik pada Berbagai Nilai Δt



Gambar 6 Solusi FFT dalam kondisi *Steady-State*

Implikasi hasil ini secara teoritis menunjukkan bahwa FFT adalah metode yang stabil dan akurat untuk memodelkan difusi panas satu dimensi, sementara secara praktis, metode ini efektif untuk simulasi termal pada berbagai material dengan karakteristik difusivitas berbeda. Metode FFT yang cepat dan stabil menawarkan keunggulan bagi aplikasi teknik, khususnya untuk analisis distribusi panas pada desain perangkat termal.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Dalam penelitian ini, telah terbukti bahwa *Fast Fourier Transform* (FFT) merupakan metode yang efektif untuk menyelesaikan persamaan difusi panas satu dimensi. Proses implementasi FFT meliputi diskritisasi domain, evaluasi kondisi awal, dan penerapan DFT, yang diakhiri dengan rekonstruksi solusi melalui inversi DFT dan visualisasi hasil. Hasil analisis menunjukkan bahwa akurasi numerik yang diperoleh sangat baik, dengan nilai *Mean Absolute Error* (MAE) yang tetap rendah meskipun terjadi peningkatan seiring dengan waktu. Temuan ini menegaskan bahwa meskipun nilai MAE bertambah, kesalahan yang terjadi tetap dalam batas yang dapat diterima, mencerminkan bahwa solusi numerik hampir identik dengan solusi analitik. Selain itu, penelitian ini menemukan bahwa variasi langkah waktu (Δt) dan jumlah diskret N secara signifikan memengaruhi akurasi dan stabilitas solusi. Langkah waktu yang lebih kecil memberikan hasil yang lebih akurat, meskipun meningkatkan waktu komputasi, sementara peningkatan N juga berkontribusi terhadap akurasi, meski dengan peningkatan beban komputasi yang substansial.

Berdasarkan hasil yang diperoleh, disarankan untuk melakukan eksplorasi lebih lanjut mengenai penerapan metode FFT pada persamaan difusi panas dalam dimensi yang lebih tinggi, baik dua maupun tiga dimensi, guna menguji efektivitas dan efisiensi metode ini dalam konteks yang lebih kompleks. Penelitian yang lebih mendalam juga diharapkan dapat mencakup analisis terhadap berbagai kondisi batas dan kondisi awal yang beragam, sehingga memperluas aplikasi metode FFT dalam penyelesaian persamaan diferensial parsial. Selain itu, penting untuk mempertimbangkan keterbatasan penelitian ini, seperti kebutuhan komputasi yang meningkat dengan bertambahnya N, serta memori yang diperlukan untuk penyimpanan data, yang dapat menjadi tantangan di masa mendatang.

DAFTAR REFERENSI

Bracewell, R. N. (1986). The Fourier transform and its applications. McGraw-Hill.

Cooley, J. W., & Tukey, J. W. (1965). An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. Mathematics of Computation, 19, 297–301.

Garnadi, A. D. (2004). Masalah syarat batas bebas persamaan diferensial parsial parabolik satu-dimensi.

Haberman, R. (2013). Applied partial differential equations with Fourier series and boundary value problems (5th ed.). Pearson Education.

Humi, M., & Miller, W. B. (1991). Boundary value problems and partial differential equations. PWS Publishing Company.

Irawan, F. A. (2012). Buku pintar pemrograman Matlab. Mediakom.

Kim, T. (2003). Determination of frequencies from fringe patterns using short-time Fourier transforms and wavelet transforms (PhD thesis). Illinois Institute of Technology.

Lasijo, R. (2000). Perhitungan transformasi Fourier cepat 1-dimensi dengan radiks gabungan empat dan dua serta contoh penggunaannya. Jurnal Sains dan Teknologi Nuklir Indonesia, 1(2), 99–119.

Lyons, R. G. (1997). Understanding digital signal processing (3rd ed.). Pearson Education India.

Maghfur, M. A., & Kusumastuti, A. (2017). Penyelesaian masalah difusi panas pada suatu kabel panjang. In Seminar Nasional Matematika dan Aplikasinya Universitas Airlangga (pp. 65–72).

Nair, S. (2011). Advanced topics in applied mathematics: For engineering and the physical sciences. Cambridge University Press.

Nazir, M. (2003). Metode penelitian. Ghalia Indonesia.

O'Neil, P. V. (2014). Beginning partial differential equations. John Wiley & Sons.

Oktavia, A. (2013). Eksistensi soliton pada persamaan Korteweg-De Vries. Jurnal Matematika Unand, 3(1), 9–16.

Oktavia, D. (2018). Solusi asimtotik pada persamaan difusi dengan waktu singkat. Jurnal Matematika UNAND, 7(1), 59–63.

Smith, S. W. (2011). Chapter 12: The fast Fourier transform. Retrieved January 2015, from http://www.dspguide.com/ch12.htm

Strauss, W. A. (2008). Partial differential equations: An introduction (2nd ed.). John Wiley & Sons.

Tipler, P. A., & Mosca, G. (2008). Physics for scientists and engineers (6th ed.). W. H. Freeman and Company.