

Pemodelan Matematika untuk Perkiraan Jumlah Penduduk Kabupaten Minahasa pada Tahun 2026 dan 2027 Menggunakan Model Logistik

Miracle Seroan¹, Annisa Husin², Windy Tunas³, Gracela Songkilawang⁴, Arbi Maarial⁵, Fitri Damogalad⁶

¹⁻⁶ Program Studi Matematika, Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam dan Kebumian, Universitas Negeri Manado

Korespondensi Penulis: 17504125@unima.ac.id

Abstract. *This study aims to estimate the population in Minahasa Regency at $t=7$ or $t=8$ in 2026-2027 using a logistic population model. Based on data obtained from the Minahasa Regency Central Statistics Agency (BPS) from 2019 to 2022, it can be assumed that the capacity limit (K) = 400,000. The results of this research show that the accurate model to use in determining the estimated population of Minahasa Regency is the model with $k = 0.0588644467$, and the relative growth rate is 5.88% per year. Then, using the logistic method, the general form of the solution is obtained, namely $P(t) = 400,000 / (e^{(-0.0588644467t)} (0.16921458) + 1)$. Furthermore, the results obtained show that the predicted population of Minahasa Regency in 2026-2027 is 359,690 and 361,774 people.*

Keywords: *Mathematical Modeling, Population of Minahasa Regency, Exponential Population Model, Logistic Population Model.*

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk memperkirakan jumlah penduduk di Kabupaten Minahasa pada $t=7$ atau $t=8$ pada tahun 2026-2027 dengan menggunakan model populasi logistik. Berdasarkan data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Minahasa pada tahun 2019 sampai dengan tahun 2022, dapat diasumsikan bahwa batas tampung (K) = 400.000. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa model yang akurat untuk dipakai dalam mengetahui estimasi jumlah penduduk Kabupaten Minahasa yaitu model dengan $k = 0,0588644467$, dan laju pertumbuhan relatifnya 5,88% per tahunnya, selanjutnya dengan metode logistik diperoleh bentuk umum penyelesaiannya yakni $P(t) = \frac{400.000}{e^{-0.0588644467t}(0.16921458)+1}$. Selanjutnya hasil yang diperoleh maka didapat bahwa prediksi jumlah penduduk Kab.Minahasa pada tahun 2026-2027 adalah 359.690 dan 361.774 jiwa.

Kata Kunci: Pemodelan Matematika, Jumlah Penduduk Kabupaten Minahasa, Model Populasi Eksponensial, Model Populasi Logistik.

PENDAHULUAN

Pertumbuhan penduduk adalah perubahan persentase dalam jumlah penduduk suatu wilayah pada suatu waktu tertentu dibandingkan dengan jumlah penduduk pada waktu sebelumnya. Pertumbuhan penduduk memiliki dampak penting karena dapat mempengaruhi kemajuan dan kemakmuran suatu daerah.

Tingkat pertumbuhan penduduk yang terlalu tinggi berisiko menimbulkan berbagai masalah, seperti tingkat pengangguran yang tinggi, kemiskinan, dan kelaparan. Namun, dampak negatif tersebut dapat dikurangi jika kita mampu mempersiapkan sarana yang memadai untuk mengantisipasi hal tersebut. Agar tidak terjadi ledakan populasi yang dapat menimbulkan bencana, maka diperlukan perencanaan untuk pengendalian jumlah populasi.

Pertumbuhan populasi penduduk juga terjadi di Kabupaten Minahasa, Sulawesi Utara. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS), jumlah penduduk di Kabupaten Minahasa

mengalami peningkatan dari tahun 2020 hingga 2022. Pada tahun 2020, jumlah penduduk sebanyak 347.290 jiwa, yang kemudian meningkat menjadi 350.317 pada tahun 2022 dan juga diperkirakan akan terus meningkat pada tahun-tahun berikutnya. Berdasarkan hal inilah sehingga perlunya cara untuk memprediksi pertumbuhan pada beberapa tahun yang akan datang, dengan menggunakan pemodelan matematika.

Salah satu model matematika yang digunakan untuk menghitung pertumbuhan populasi penduduk adalah model populasi eksponensial, yang merupakan salah satu jenis pemodelan dengan persamaan diferensial untuk populasi kontinu. Istilah "kontinu" di sini mengacu pada populasi yang tumbuh seiring waktu tanpa jeda. Seiring berjalannya waktu, setiap model dimodifikasi agar lebih akurat dalam mencerminkan kondisi yang sebenarnya.

Dalam hal ini pemodelan pertumbuhan populasi digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk Kabupaten Minahasa pada masa yang akan datang terlebih khusus pada tahun 2026 dan tahun 2027 dengan menggunakan data pada tahun-tahun sebelumnya.

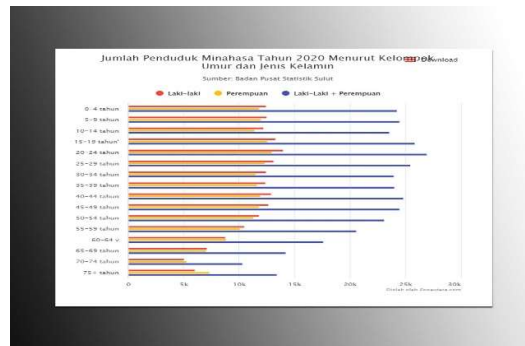
Populasi Penduduk

Populasi penduduk dunia mencapai 8 miliar jiwa pada 2022, menurut World Population Review. India menempati peringkat pertama sebagai negara dengan jumlah penduduk terbanyak di dunia, dengan populasi 1,417 miliar jiwa pada tahun 2022 dan meningkat menjadi 1,431 miliar jiwa pada tahun 2023. China menempati peringkat kedua dengan populasi 1,426 miliar jiwa pada tahun 2022 dan 1,425 miliar jiwa pada tahun 2023, namun mengalami penurunan karena growth rate yang negatif. Indonesia berada di peringkat keempat dengan jumlah penduduk 275,77 juta jiwa pada tahun 2022.

Setelah Indonesia merdeka, Minahasa termasuk dalam Provinsi Sulawesi, tepatnya dalam sebuah keresidenan di Manado. Kemudian, sebagai salah satu dari 13 wilayah administratif Negara Indonesia Timur, daerah ini sempat termasuk dalam Negara Indonesia Timur. Pada tahun 1953, Manado menjadi Kota Besar dengan status Daerah Tingkat II, terpisah dari Minahasa. Pada tahun 1959, ibu kota Minahasa pindah dari Manado ke Tondano. (id.wikipedia.org. 2024).

Peraturan Pemerintah Nomor 5 Tahun 1960 membagi Provinsi Sulawesi menjadi Provinsi Sulawesi Utara dan Provinsi Sulawesi Selatan. Pada tahun berikutnya, Undang-Undang Nomor 47 Tahun 1960 mengubah nama Provinsi Sulawesi Utara menjadi Provinsi Sulawesi Utara-Tengah. Pada awalnya, Provinsi Sulawesi Utara-Tengah memiliki Daerah Tingkat II. Namun, pada tahun 1964, Undang-Undang Nomor 13 Tahun 1964 membagi Provinsi Sulawesi Utara-Tengah menjadi Provinsi Sulawesi Utara dan Provinsi Sulawesi Tengah, dan Daerah Tingkat II Minahasa dimasukkan ke dalam

wilayah Provinsi Sulawesi Utara. Untuk pertama kalinya, Undang-Undang Nomor 18 Tahun 1965 mengubah nama Daerah Tingkat II Minahasa menjadi Kabupaten Minahasa. Kemudian, Undang-Undang Nomor 5 Tahun 1974 mengubah nama Kabupaten Minahasa menjadi Kabupaten Daerah Tingkat II di mana Daerah Tingkat II Minahasa diganti namanya menjadi Kabupaten Minahasa. Kemudian, pada tahun 1974, namanya diubah lagi menjadi Kabupaten Daerah Tingkat II



Minahasa oleh Undang-Undang Nomor 5 Tahun 1974. Airmadidi, Belang, Bitung, Dimembe, Eris, Kakas, Kauditan, Kawangkoan, Kombi, Likupang, Modoinding, Motoling, Pineleng, Ratahan, Remboken, Sonder, Tareran, Tenga, Tombariri, Tombasian, Tombatu, Tomohon, Tompaso, Tompaso Baru, Tondano, Tumpaan, dan Wori adalah semua kecamatan yang termasuk di Kabupaten Daerah Tingkat II Minahasa. (id.wikipedia.org. 2024).

Pada tahun-tahun berikutnya, Kabupaten Minahasa mengalami beberapa perubahan. Beberapa wilayah administrasi baru dibentuk di dalam wilayah tersebut. Kota Administratif Bitung didirikan sebagai bagian dari Kabupaten Minahasa berdasarkan Peraturan Pemerintah Nomor 4 Tahun 1975. Berdasarkan Undang-Undang Nomor 10 Tahun 2003, Kabupaten Minahasa dibentuk menjadi Kabupaten Minahasa, Kabupaten Minahasa Selatan, dan Kota Tomohon pada 25 Februari 2003. Kemudian, berdasarkan Undang-Undang Nomor 33 Tahun 2005, Kabupaten Minahasa diubah lagi menjadi Kabupaten Minahasa dan Kabupaten Minahasa Utara pada 18 Desember 2003. (id.wikipedia.org. 2024).

Minahasa adalah salah satu daerah di Indonesia. Tondano adalah ibu kota kabupaten, dengan luas 1.025,85 km². Pada akhir 2023, 345.973 orang hidup di Minahasa. Pada tanggal 25 Februari 2003, Kabupaten Minahasa dibentuk menjadi Kabupaten Minahasa, Kabupaten Minahasa Selatan, dan Kota Tomohon menurut Undang-Undang Nomor 10/2003. Pada tanggal 18 Desember 2003, Undang-Undang Nomor 33/2003 mengubah Kabupaten Minahasa menjadi Kabupaten Minahasa dan Kabupaten Minahasa Utara. (id.wikipedia.org. 2024).

Populasi penduduk di Kabupaten Minahasa pada akhir tahun 2023 berjumlah 345.973.

Populasi penduduk adalah jumlah total individu yang hidup di suatu wilayah, biasanya dihitung berdasarkan sensus penduduk atau perkiraan penduduk. Populasi penduduk dapat dihitung dengan cara mengumpulkan data tentang jumlah penduduk di setiap wilayah dan kemudian menghitung jumlah totalnya. Data ini sangat penting dalam berbagai aspek kehidupan, seperti dalam pengambilan keputusan politik, ekonomi, dan sosial, serta dalam perencanaan infrastruktur dan layanan publik.

Menurut KBBI (2016), populasi adalah sekelompok orang, benda, atau hal yang menjadi sumber pengambilan sampel atau suatu kumpulan yang memenuhi syarat tertentu yang berkaitan dengan masalah penelitian. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa populasi penduduk adalah sekelompok orang yang tinggal di suatu tempat tertentu (kampung, negeri, pulau, dan sebagainya).

Faktor-faktor dibawah ini mempengaruhi jumlah penduduk suatu daerah dan dapat berdampak pada pertumbuhan penduduk yang cepat atau lambat:

- 1) Kelahiran (Fertilitas): Jumlah bayi yang lahir di suatu wilayah mempengaruhi jumlah penduduk. Fertilitas yang tinggi dapat meningkatkan jumlah penduduk, sedangkan yang rendah dapat mengurangnya.
- 2) Kematian (Mortalitas): Jumlah penduduk yang meninggal di suatu wilayah juga mempengaruhi jumlah penduduk. Mortalitas yang rendah dapat meningkatkan jumlah penduduk, sedangkan yang tinggi dapat mengurangnya.
- 3) Migrasi Penduduk: Perpindahan penduduk dari satu daerah ke daerah lain dapat mempengaruhi jumlah penduduk. Migrasi masuk ke suatu wilayah dapat meningkatkan jumlah penduduk, sedangkan migrasi keluar dapat mengurangnya.

Berikut adalah beberapa informasi yang terkait dengan populasi penduduk:

1. Kepadatan Penduduk: Kepadatan penduduk dihitung dengan membagi jumlah penduduk dengan luas area di mana mereka tinggal. Negara-negara kecil seperti Monako, Singapura, Vatikan, dan Malta memiliki kepadatan penduduk tertinggi, sedangkan negara besar seperti Jepang dan Bangladesh memiliki kepadatan penduduk yang lebih tinggi.
2. Transfer Penduduk: Transfer penduduk adalah kebijakan negara yang mewajibkan perpindahan sekelompok penduduk pindah dari kawasan tertentu, terutama dengan alasan etnisitas atau agama. Contoh transfer penduduk terjadi di India dan Pakistan, antara Turki dan Yunani, dan di Eropa Timur selama Perang Dunia Kedua.

3. Piramida Penduduk: Piramida penduduk dapat digunakan untuk menunjukkan jenis kelamin dan usia penduduk di negara atau wilayah tertentu. Piramida ini juga dapat menunjukkan perkembangan penduduk selama periode waktu tertentu, seperti angka kematian bayi yang rendah dan usia harapan hidup yang tinggi.
4. Jumlah Penduduk Indonesia: Indonesia memiliki jumlah penduduk sekitar 260 juta penduduk, menjadikannya negara berpenduduk terpadat keempat di dunia. Komposisi etnis di Indonesia amat bervariasi karena negeri ini memiliki ratusan ragam suku dan budaya. Dua suku terbesar di Indonesia adalah Jawa (41% dari total populasi) dan Sunda (15% dari total populasi).
5. Jumlah Penduduk Indonesia (Terus Meningkat): Jumlah penduduk Indonesia terus meningkat, dengan proyeksi penduduk Indonesia sebanyak 275,77 juta jiwa pada 2022. Jumlah penduduk Indonesia juga memiliki distribusi yang berbeda di antara provinsi, dengan Jawa Barat memiliki jumlah penduduk terbanyak dan Kalimantan Utara memiliki jumlah penduduk terkecil.
6. Daftar Negara Menurut Jumlah Penduduk: Indonesia berada di peringkat keempat dalam daftar negara menurut jumlah penduduk, dengan jumlah penduduk sekitar 278,696,200 jiwa pada tahun 2023.

1. Laju Pertumbuhan Penduduk

Pertumbuhan penduduk adalah besaran presentase perubahan jumlah penduduk di suatu wilayah pada waktu tertentu dibandingkan dengan jumlah penduduk pada waktu sebelumnya. Angka pertumbuhan penduduk merupakan salah satu indikator yang berguna untuk melihat kecenderungan dan memproyeksikan jumlah penduduk di masa depan.

Secara umum faktor yang mempengaruhi pertumbuhan penduduk adalah faktor alami yaitu kelahiran (**fertilitas**) dan kematian (**mortalitas**) serta faktor non alami yaitu migrasi (**imigrasi dan emigrasi**).

Kependudukan selalu menjadi masalah di setiap daerah dan negara. Karena populasi yang terus meningkat dari tahun ke tahun, kepadatan penduduk juga terus meningkat. Keuangan (2015: 17) juga mengatakan bahwa laju pertumbuhan penduduk adalah pertumbuhan jumlah penduduk di suatu wilayah tertentu setiap tahunnya, yang berguna untuk memprediksi jumlah penduduk di masa depan. Oleh karena itu, laju pertumbuhan penduduk adalah masalah yang cukup sulit untuk dihadapi oleh negara-negara berkembang di seluruh dunia, terutama negara-negara yang mengalami pertumbuhan yang cepat. Hal ini disebabkan oleh kekurangan informasi dasar tentang jumlah kelahiran yang dikumpulkan, sehingga dibutuhkan berbagai upaya untuk mengurangi laju pertumbuhan penduduk. Sebagai salah satu

negara berkembang dengan populasi terbesar nomor empat di dunia, masalah yang serupa juga dihadapi Indonesia. Oleh karena itu, agar masalah kependudukan tidak lagi menjadi masalah di seluruh negara atau sebuah daerah, ada beberapa hal penting yang harus dipertimbangkan.

Laju pertumbuhan penduduk akan membahas pertumbuhan penduduk di Indonesia, khususnya Kabupaten Minahasa. Salah satu kabupaten di Indonesia adalah Minahasa. Dengan luas 1.025,85 km², Kota Tondano adalah ibu kota kabupaten. Pada akhir 2023, Minahasa memiliki 345.973 penduduk., dikutip dari *Wikipedia*.

Terkait dengan laju pertumbuhan penduduk yang berada di Kabupaten Minahasa tahun 2021-2022 yaitu sebagai berikut :

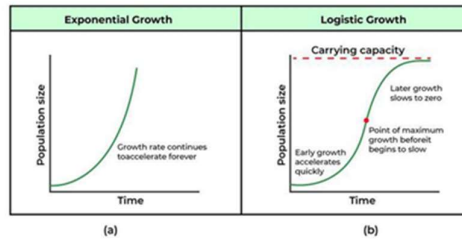
Kabupaten /Kota	Laju Pertumbuhan Penduduk per Tahun Menurut Kabupaten/Kota di Provinsi Sulawesi Utara	
	2021	2022
Minahasa	0,53	0,50

Sutarsih (1981:253) menyatakan bahwa proyeksi adalah perhitungan yang menunjukkan keadaan kelahiran (fertilitas), kematian (mortalitas), dan migrasi penduduk di masa depan. Proyeksi penduduk adalah perhitungan jumlah penduduk di masa depan (menurut komposisi umur dan jenis kelamin) berdasarkan asumsi arah perkembangan fertilitas, mortalitas, dan migrasi..

Tujuan melakukan proyeksi penduduk adalah untuk mendapat gambaran yang peranannya dapat digunakan sebagai penentuan kebijakan. Tujuan dari penyusunan proyeksi ini, antara lain:

- a. Menghitung jumlah penduduk di Kabupaten Minahasa pada tahun 2026-2027. Rentang proyeksi tidak terlalu jauh untuk menghindari kesalahan dari asumsi dan metode proyeksi. Proyeksi dengan jangka waktu yang lama akan jauh berbeda dengan keadaan sebenarnya seiring dengan perubahan keadaan sosial, politik, budaya, dan ekonomi yang berkembang cepat.

- b. Menyediakan data penduduk Kabupaten Minahasa pada tahun 2026-2027 untuk kepentingan evaluasi terhadap dinamika penduduk dan perencanaan pembangunan pada jangka pendek, jangka menengah, dan jangka panjang.



Dalam artikel ini, kami menggunakan model eksponensial untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Minahasa untuk tahun 2026 dan 2027. Model eksponensial didasarkan pada asumsi bahwa laju pertumbuhan populasi proporsional terhadap ukuran populasi saat ini.

Langkah-langkah berikut diambil untuk menghasilkan proyeksi jumlah penduduk :

- Pengumpulan Data: Data historis jumlah penduduk Kabupaten Minahasa dari tahun-tahun sebelumnya dikumpulkan. Data ini mencakup jumlah penduduk pada titik waktu tertentu, biasanya dalam interval tahunan.
- Analisis Data: Data historis tersebut digunakan untuk mengevaluasi tren pertumbuhan penduduk. Ini melibatkan visualisasi data dan penggunaan teknik statistik untuk mengidentifikasi pola pertumbuhan yang mungkin ada.
- Pembangunan Model: Berdasarkan analisis data, model eksponensial dikembangkan. Model ini diwakili oleh persamaan diferensial yang menggambarkan laju pertumbuhan populasi sebagai fungsi dari ukuran populasi saat ini.
- Penyesuaian Parameter: Parameter-parameter dalam model eksponensial disesuaikan dengan menggunakan data historis. Tujuan penyesuaian ini adalah untuk membuat model seakurat mungkin dalam merepresentasikan tren pertumbuhan penduduk yang ada.
- Perkiraan Jumlah Penduduk: Setelah model eksponensial dibangun dan parameter disesuaikan, perkiraan jumlah penduduk untuk tahun 2026 dan 2027 dihitung. Ini dilakukan dengan memasukkan nilai waktu yang sesuai ke dalam model dan menghitung jumlah penduduk yang diproyeksikan.

Berdasarkan model eksponensial yang telah dikembangkan dan parameter yang disesuaikan, perkiraan jumlah penduduk Kabupaten Minahasa untuk tahun 2026 dan 2027 dapat dihasilkan. Proyeksi ini memberikan perkiraan tentang bagaimana jumlah penduduk di daerah tersebut akan berkembang dalam waktu yang akan datang.

Model eksponensial menggambarkan populasi yang terus bertumbuh dan tidak dibatasi oleh lingkungan sehingga tidak terjadi suatu kompetisi untuk mendapatkan sumberdaya. Pada model eksponensial diasumsikan laju pertumbuhan penduduk proporsional dengan jumlah penduduk. Sedangkan pada model logistik memasukkan sejumlah batas agar jumlah populasi tidak berkembang secara tak terhingga. Pada model logistik pertumbuhan populasi tidak hanya bergantung pada jumlah yang terus bertumbuh tetapi juga sejauh mana batas dari faktor logistik yang tersedia untuk mendukung kehidupan (Suryani, I., & Khasanah, N. 2022).

Pertumbuhan eksponensial adalah peningkatan jumlah penduduk secara cepat tanpa kendala, sehingga menghasilkan kurva berbentuk J yang laju pertumbuhannya tetap konstan. Kurva berbentuk S mewakili pertumbuhan logistik. Hal ini terjadi ketika suatu populasi mendekati daya dukungnya, menstabilkan pertumbuhan karena terbatasnya sumber daya. Pertumbuhan eksponensial menunjukkan potensi yang tidak terbatas, hal yang biasa terjadi pada tahap awal pertumbuhan penduduk.

Pertumbuhan logistik mencerminkan situasi yang lebih realistis, dengan mempertimbangkan keterbatasan lingkungan dan faktor-faktor yang bergantung pada kepadatan. Kedua model ini sangat penting dalam memahami dinamika populasi dan keberlanjutan dalam sistem ekologi dan penting untuk mempelajari keanekaragaman hayati dan konservasi dalam ekosistem.

KARAKTERISTIK PERTUMBUHAN EKSPONENSIAL

Ciri-ciri pertumbuhan eksponensial adalah:

Tingkat Pertumbuhan Konstan: Pertumbuhan eksponensial terjadi ketika tingkat reproduksi sebanding dengan ukuran populasi. Dengan kata lain, semakin besar jumlah penduduk, semakin cepat pertumbuhannya.

Sumber Daya Tidak Terbatas: Pertumbuhan eksponensial mengasumsikan melimpahnya sumber daya yang diperlukan untuk kelangsungan hidup dan reproduksi. Sumber daya ini dapat mencakup makanan, tempat tinggal, ruang, dan faktor lingkungan lainnya.

Tanpa Persaingan: Model ini mengabaikan faktor-faktor seperti predasi, penyakit, dan persaingan untuk mendapatkan sumber daya, yang akan membatasi pertumbuhan populasi dalam situasi dunia nyata.

Kurva Berbentuk J: Jika diplot pada grafik, pertumbuhan eksponensial menghasilkan kurva berbentuk J, dengan jumlah populasi yang meningkat pesat seiring berjalannya waktu.

Pada tahun 1798, seorang professor, politikus dan ekonom bernama Thomas R. Malthus mempublikasikan pamflet anonim yang berjudul *“An Essay on the Principle of Populations as It Affects the Future Improvement of Society, with Remarks on the Speculation of Mr. Godwin, M. Condorect and other Writers”*. Pamflet ini memberikan sejumlah opini dan gagasan mengenai hubungan sosial antar manusia. Disamping itu juga terdapat beberapa pendapat Malthus mengenai pertumbuhan populasi yang umumnya akan menghasilkan keburukan atau peningkatan dalam jumlah kemiskinan (Iswanto, 2012).

Pembentukan model kita merujuk pada ide yang telah dikemukakan oleh Malthus. Kita memberikan notasi waktu independen populasi sebagai $P(t)$. Dengan menggunakan asumsi model yaitu konstanta laju kelahiran per kapita b , dan konstanta laju kematian per kapita dengan d . Sedangkan dalam hal ini pengaruh perpindahan penduduk baik imigrasi maupun emigrasi diabaikan. Maka model persamaan diferensial yang dapat dibentuk oleh populasi P adalah

$$\frac{dP}{dt} = bP - dP$$

yang jika kita integralkan kita akan mendapatkan hasil penyelesaian

$$P(t) = P_0 e^{(b-d)(t)}$$

Dimana P_0 adalah populasi awal pada waktu awal t_0 (Iswanto, 2012).

KARAKTERISTIK PERTUMBUHAN LOGISTIK

Ciri-ciri pertumbuhan logistik adalah:

Sumber Daya yang Terbatas: Pertumbuhan logistik mempertimbangkan terbatasnya ketersediaan sumber daya di suatu lingkungan, yang memberikan hambatan pada pertumbuhan populasi ketika mendekati daya dukung.

Daya Dukung: Jumlah penduduk maksimum yang dapat didukung oleh sumber daya yang tersedia dan kondisi lingkungan. Ketika populasi mendekati batas ini, persaingan untuk mendapatkan sumber daya meningkat, yang menyebabkan penurunan laju pertumbuhan.

Kurva Berbentuk S: Jika diplot pada grafik, pertumbuhan logistik menghasilkan kurva berbentuk S. Pada awalnya, kurva tersebut menyerupai pertumbuhan eksponensial, namun lambat laun menjadi datar seiring dengan stabilnya jumlah penduduk yang mendekati daya dukung.

Faktor yang Bergantung pada Kepadatan: Ketika kepadatan penduduk meningkat, faktor-faktor seperti persaingan untuk mendapatkan sumber daya, predasi, penyakit, dan wilayah mempengaruhinya, yang berkontribusi terhadap perlambatan pertumbuhan.

Pertumbuhan secara eksponensial sangat membutuhkan nilai $b > d$, tetapi pada beberapa prinsip populasi biologi yang lain memberikan beberapa persyaratan lain. Pierre Francois Verhulst pada 1838 merupakan orang pertama yang mengemukakan mengenai beberapa Batasan dalam model pertumbuhan sebelumnya, dari pada harus mengabaikannya. Persamaan yang diusulkan oleh Verhulst, dinamakan persamaan logistik, yang sampai dengan saat ini persamaan tersebut masih dianggap lebih mendekati realita lapangan. Persamaan ini berdasarkan bahwa kehadiran spesies pada lingkungan akan memiliki populasi maksimum. Hal ini senada yang dikemukakan oleh Malthus, tetapi Verhulst menghubungkan konsep ini pada persamaan populasi. Jika pertumbuhan maksimum populasi K , maka Verhulst berpendapat bahwa laju pertumbuhan per kapita bersih (laju kelahiran dikurangi laju kematian) harus menurun sepanjang P mendekati K . Fungsi yang paling mudah untuk menggambarkan persamaan tersebut adalah $r\left(1 - \frac{P}{K}\right)$ dimana r merupakan konstanta positif. Dengan menggunakan asumsi ini maka untuk laju pertumbuhan bersih per kapita, kita akan mendapatkan persamaan logistik sebagai berikut

$$\frac{dP}{dt} = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

Persamaan ini dapat diverifikasi dari penyelesaian yang mudah diperoleh dari pemisahan variabel.

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{P_0} - 1\right)e^{-rt}}$$

(Iswanto, 2012).

KAJIAN LITERATUR

Kita selalu memiliki informasi yang berhubungan dengan tingkat perubahan dari variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas dan tertarik menemukan fungsi yang berhubungan dengan variabel. Model pertumbuhan eksponensial dapat digunakan untuk melakukan estimasi populasi dengan laju pertumbuhan yang konstan. Dalam model pertumbuhan eksponensial mengatakan bahwa populasi tumbuh dengan laju yang sebanding dengan populasi. Di sini, laju pertumbuhan populasi adalah k , dan ukuran populasi adalah $P(t)$ setelah t adalah waktu..

Dengan demikian, model populasi eksponensial dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = kP(t)$$

Dengan demikian, untuk menemukan solusi yang jelas, metode separasi variabel dapat digunakan, yang menghasilkan persamaan berikut:

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan model pertumbuhan logistik. Ini disebabkan fakta bahwa baik model eksponensial maupun Model logistik memiliki kesalahan atau kesalahan terkecil, jadi keduanya digunakan untuk mengumpulkan data populasi Kabupaten Minahasa pada tahun mendatang 2026–2027. Namun, dari kedua model tersebut, model logistik mungkin lebih akurat untuk melakukan estimasi populasi di tahun-tahun mendatang.

Karena kesalahannya yang paling kecil, model pertumbuhan logistik dianggap sangat akurat saat digunakan. Dalam kasus di mana populasi kita meningkat dengan cepat, Persamaan diferensial logistik seperti yang disebutkan di bawah ini diketahui

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K} \right) \quad (1)$$

Dengan mempertimbangkan persamaan (1), persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menemukan solusi persamaan logistik yang umum :

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K} \right),$$

$$\frac{dP}{P \left(1 - \frac{P}{K} \right)} = k dt,$$

$$\frac{dP}{P \left(1 - \frac{P}{K} \right)} = \int k dt,$$

$$\int \frac{dP}{P - \frac{P^2}{K}} = \int k dt,$$

$$\int \frac{K dP}{KP - P^2} = \int k dt,$$

$$\ln P - \ln(K - P) = kt + c,$$

$$\ln \left(\frac{P}{K - P} \right) = kt + c,$$

$$\frac{P}{K - P} = e^{kt+c},$$

$$P = e^{kt+c} (K - P),$$

$$P = K e^{kt+c} - P e^{kt+c},$$

$$P + P e^{kt+c} = K e^{kt+c},$$

$$P(1 + e^{kt+c}) = K e^{kt+c},$$

$$P(t) = \frac{K e^{kt+c}}{1 + e^{kt+c}} \quad (2)$$

Berdasarkan persamaan (2) yang telah diperoleh, $k^t = 0$ ketika diberikan nilai t sebagai nilai awal

Selanjutnya, masukkan nilai $K = \frac{a}{b}$ sesuai dengan persamaan (3)

Diperoleh K sebagai berikut

$$K = \frac{P_1(P_1P_0 - 2P_0P_2 + P_1P_2)}{P_1^2 - P_0P_2}$$

Keterangan selanjutnya dapat membantu pembaca makalah ini:

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{K e^{k\tau + \ln\left(\frac{P_0}{K-P_0}\right)}}{1 + e^{k\tau + \ln\left(\frac{P_0}{K-P_0}\right)}}, \\ P(t) &= \frac{K e^{k\tau\left(\frac{P_0}{K-P_0}\right)}}{1 + e^{k\tau\left(\frac{P_0}{K-P_0}\right)}}, \\ P(t) &= \frac{\frac{K e^{k\tau} P_0}{K - P_0}}{\frac{K - P_0 + e^{k\tau} P_0}{K - P_0}}, \\ P(t) &= \frac{K e^{k\tau} P_0}{K - P_0 + e^{k\tau} P_0}, \\ P(t) &= \frac{K P_0}{(K - P_0 + e^{k\tau} P_0) e^{-k\tau}}, \\ P(t) &= \frac{K P_0}{(K e^{-k\tau} - P_0 e^{k\tau} + P_0)}, \\ P(t) &= \frac{K P_0}{\left(\frac{K}{P_0} e^{-k\tau} - e^{-k\tau} + 1\right)}, \\ P(t) &= \frac{K}{e^{-k\tau} \left(\frac{K}{P_0} - 1\right) + 1} \quad (3) \end{aligned}$$

Nilai K diperoleh ketika $t \rightarrow \infty$

Dengan kata lain, nilai K adalah populasi total

terutama ketika $t \rightarrow \infty$. Karena

itu $N_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} N = K = \frac{a}{b}$

Keterangan:

K : kapasitas penduduk disuatu daerah

$P(t)$: populasi pada saat t waktu

P_n : Populasi pada titik n pada waktu tertentu, di mana 1, 2, 3 adalah n

k : laju berkembangnya populasi

t : time

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan ini adalah penelitian kepustakaan yaitu serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca, dan mencatat serta mengolah bahan penelitian.

3.1. Objek penelitian

Populasi data yang digunakan dalam penelitian adalah seluruh penduduk di Kabupaten Minahasa. Sampel yang digunakan adalah data jumlah populasi penduduk di Kabupaten Minahasa pada tahun 2019– 2022.

3.2. Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah jumlah penduduk Kab.Minahasa pada tahun 2019-2022. Penduduk merupakan sekelompok orang yang berdomisili di wilayah geografis suatu negara yang bertujuan menetap.

RESULTAT DAN PEMBAHASAN

Tabel berikut menunjukkan jumlah penduduk Kab.Minahasa berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik Kab.Minahasa dari tahun 2019 hingga 2022.

No	Tahun	Jumlah Populasi Minahasa
1	2019	342.110
2	2020	347.290
3	2021	348.673
4	2022	350.317

Dengan menggunakan perhitungan yang ditunjukkan di bawah ini:

$$K = \frac{P_1(P_1P_0 - 2P_0P_2 + P_1P_2)}{P_1^2 - P_0P_2}$$

Sehingga diperoleh nilai $K=349.166$

Karena $K < P_t$ maka kita Asumsikan $K=400.000$ Sehingga Langkah berikutnya, menentukan nilai k untuk masing-masing t dengan melakukan substitusi ke persamaan (3) sehingga diperoleh:

Dik:

$$K = 400.00 \quad P_1 = 347.290$$

$$t = 1$$

$$P(t) = \frac{k}{e^{-kt}\left(\frac{k}{P_0}-1\right)+1}$$

$$P_1 = \frac{k}{e^{-kt}\left(\frac{k}{P_0}-1\right)+1}$$

$$400.000 = \frac{400.000}{e^{-k\left(\frac{400.000}{342.110}-1\right)+1}}$$

$$= \frac{349.166}{e^{-k(0,16921458)+1}} = 347.290$$

$$400.000 = e^{-k}(58.766,8315) + 347.290$$

$$52.710 = e^{-k}(58.766,8315)$$

$$e^{-k} = 0,896939102$$

$$-k = \ln 0,896939102$$

$$k = -\ln (0,896939102)$$

$$k = 0,10876731$$

Sehingga nilai k untuk Ketika t=1 adalah 0,10876731

Dik:

$$t = 2 \quad P_2 = 348.673$$

$$P_2 = \frac{k}{e^{-2k\left(\frac{k}{P_0}-1\right)+1}}$$

$$348.673 = \frac{400.000}{e^{-2k\left(\frac{400.000}{342.110}-1\right)+1}}$$

$$348.673 = \frac{349.166}{e^{-2k(0,16921458)+1}}$$

$$e^{-2k} 59.000,553 + 348.673 = 400.00$$

$$e^{-2k} 789,64 = 51.327$$

$$e^{-2k} = 0,869940965$$

$$-2k = \ln(0,869940965)$$

$$k = \frac{-\ln(0,869940965)}{2}$$

$$k = 0,832477107$$

Sehingga nilai k untuk Ketika t=2 adalah 0,832477107

Dik:

$$t = 3 \quad P_3 = 350.317$$

$$P_3 = \frac{k}{e^{-3k\left(\frac{k}{P_0}-1\right)+1}}$$

$$350.317 = \frac{400.000}{e^{-3k\left(\frac{400.000}{342.110}-1\right)+1}}$$

$$350.317 = \frac{349.166}{e^{-2k(0,16921458)+1}}$$

$$e^{-3k} 59.278,744 + 350.317 = 400.000$$

$$e^{-3k} 59.278,744 = 49.683$$

$$e^{-3k} = 0,838125045$$

$$-3k = \ln (0,838125045)$$

$$k = \frac{-\ln (0,838125045)}{3}$$

$$k = 0,0588644467$$

Sehingga nilai k untuk Ketika t=3 adalah 0,0588644467

Selanjutnya, setelah memperoleh nilai k dari masing-masing t, beberapa model logistik diperoleh yang akan digunakan. Model-model ini kemudian dipilih untuk melakukan pendugaan jumlah penduduk Kabupaten Minahasa dari tahun 2019 hingga 2022. Hasil dari model-model ini adalah sebagai berikut:

1. Model Logistik I:

Proses substitusi nilai dilakukan untuk mendapatkan model logistik ini:

$$k = 0,10876731 \quad P_0 = 342.110$$

Serta K = 400.000 yakni ke persamaan (3), sehingga hasil berikut diperoleh :

$$P(t) = \frac{K}{e^{-kt} \left(\frac{K}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,10876731t} \left(\frac{400.000}{342.110} - 1 \right) + 1}$$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,10876731t} (0,16921458) + 1}$$

Dengan demikian, model logistik 1 yang dihasilkan adalah

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,10876731t} (0,16921458) + 1}$$

2. Model Logistik II:

Proses substitusi nilai dilakukan untuk mendapatkan model logistik ini

$$k = 0,832477107 \quad P_0 = 342.110$$

Serta K = 400.000 yakni ke persamaan (3) sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$P(t) = \frac{K}{e^{-kt} \left(\frac{K}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,832477107t} \left(\frac{400.000}{342.110} - 1 \right) + 1}$$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,832477107t}(0,16921458) + 1}$$

Oleh karena itu, model logistik 2 yang dihasilkan adalah

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,832477107t}(0,16921458) + 1}$$

3. Model Logistik III:

Proses substitusi nilai dilakukan untuk mendapatkan model logistik ini

$$k = 0,0588644467 \quad P_0 = 342.110$$

Serta $K = 400.000$ yakni ke persamaan (3), sehingga hasil berikut diperoleh:

$$P(t) = \frac{K}{e^{-kt} \left(\frac{K}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467t} \left(\frac{400.000}{342.110} - 1 \right) + 1}$$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467t}(0,16921458) + 1}$$

Oleh karena itu, model logistik 3 yang dihasilkan adalah

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467t}(0,16921458) + 1}$$

Selanjutnya, model logistik diganti untuk menghasilkan hasil yang akan dibandingkan dengan jumlah penduduk Kab.Minahasa dari 2015 hingga 2018 seperti berikut:

Tabel 2. Menunjukkan Model Logistik

Tahun	t	Model 1,	model 2,	model 3,
2019	0	342110	342110	342110
2020	1	347290	372577	344964
2021	2	352071	387591	347699
2022	3	356473	394506	350317

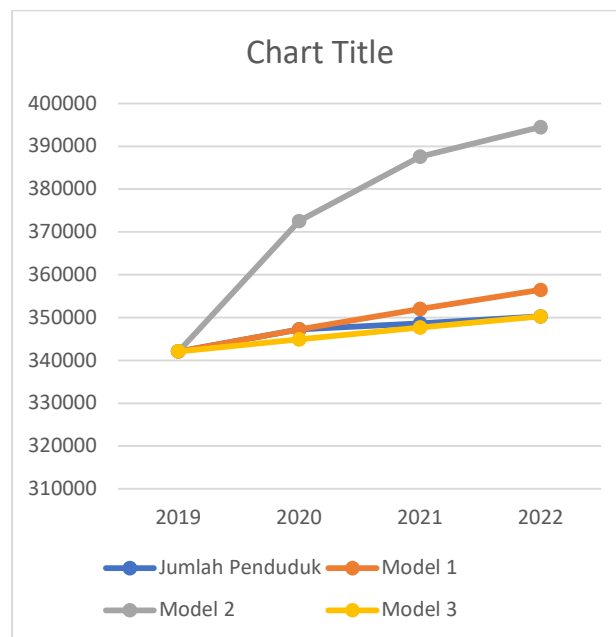
Berdasarkan tabel 2 di atas, peneliti kemudian memilih model terbaik yang memiliki error paling kecil dan memiliki hasil yang cukup dekat dengan data jumlah penduduk Kab.Minahasa. Berikut ini peneliti menyajikan model logistik disertai dengan error dari masing-masing model tersebut, sebagai berikut:

Tabel 3. Model Logistik dengan Data Jumlah Penduduk Kab.Minahasa

Thn	Jumlah penduduk (BPS) Kab.Minahasa	Model 1	Model 2	Model 3
2019	342.110	342110	342110	342110
2020	347.290	347290	372577	344964
2021	348.673	352071	387591	347699
2022	350.317	356473	394506	350317

Tabel di atas menunjukkan bahwa ada model yang mengalami peningkatan dan penurunan. Jadi, dari ketiga model yang ada, model I adalah yang hasilnya benar-benar mendekati data populasi Kabupaten Minahasa dari 2019 hingga 2022. Nilai eror yang dimiliki juga memperkuat hal ini, yaitu bahwa hasil penghitungan dari model I mendekati data jumlah penduduk Kabupaten Minahasa, meskipun eror meningkat pada tahun terakhir. Berbeda dengan model I, model ketiga memiliki eror yang cukup besar pada tahun terakhir, tetapi model I justru memiliki eror yang kecil pada tahun terakhir. Peneliti akan menampilkannya sebagai grafik seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1 untuk mengetahui apakah ada peningkatan atau penurunan. sebagai berikut:

Grafik 1 menunjukkan jumlah penduduk di Kabupaten Minahasa berdasarkan model logistik dan data BPS dari 2019 hingga 2022



Keterangan :

- Jumlah Penduduk : Biru
- Model I, : Orange
- Model II, : Abu-abu
- Model III, : Kuning

Oleh karena itu, berdasarkan Tabel 3 dan Gambar 1, serta hasil penghitungan yang menunjukkan bahwa model III lebih dekat dengan jumlah penduduk di Kabupaten Minahasa, peneliti memilih untuk menggunakan model III sebagai model logistik untuk situasi ini.

Selanjutnya, untuk mengetahui perkiraan jumlah penduduk Kab.Minahasa pada tahun 2026–2027, model logistik III digunakan untuk menghasilkan perhitungan sebagai berikut:

Ketika $t = 7$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467t}(0,16921458) + 1}$$

$$P(7) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467 \cdot 7}(0,16921458) + 1}$$

$$P(7) = 359690$$

Maka, jumlah populasi penduduk Kabupaten Minahasa saat $t=7$ adalah 359690

Ketika $t = 8$

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467t}(0,16921458) + 1}$$

$$P(8) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467 \cdot 8}(0,16921458) + 1}$$

$$P(8) = 361774$$

Maka, jumlah populasi penduduk Kabupaten Minahasa saat $t=8$ adalah 361774

Hasil (Kesimpulan)

Hasil penelitian menunjukkan bahwa:

1. Ketiga jenis model, masing-masing dengan nilai yang berbeda setiap tahunnya, ditemukan melalui perhitungan model populasi logistik yang telah dilakukan. Ketiga model tersebut adalah yang berikut:

Model Logistik I,

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,10876731t}(0,16921458) + 1}$$

Model Logistik II

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,832477107t}(0,16921458) + 1}$$

Model Logistik III

$$P(t) = \frac{400.000}{e^{-0,0588644467t}(0,16921458) + 1}$$

Berdasarkan ketiga model di atas, model logistik III adalah model terbaik dan paling efisien yang dapat digunakan untuk melakukan prediksi penduduk Kabupaten Minahasa pada tahun 2026–2027 atau ketika $t=7$ dan $t=8$.

2. Jumlah penduduk Kabupaten Minahasa diperkirakan sebanyak 359.690 pada tahun 2026 dan 361.774 pada tahun 2027, berdasarkan perhitungan yang dilakukan dengan model logistik III.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Perencanaan Pembangunan Nasional (Bappenas). (2006). Proyeksi penduduk indonesia 2000-2025. Indonesia: Badan Perencanaan Pembangunan Nasional.
- Hala, K., et al. (2016). Proyeksi Pertumbuhan Mobil Pribadi Roda Empat (Plat Hitam) Kota Manado Menggunakan Persamaan Diferensial Model Pertumbuhan Populasi Kontinu (Model Logistik). JdC, 5(2), 81.
- Indraswari, R. R., & Yuhan, R. J. (2017). FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI PENUNDAAN KELAHIRAN ANAK PERTAMA DI WILAYAH PERDESAAN INDONESIA: ANALISIS DATA SDKI 2012. Jurnal Kependudukan Indonesia, 12(1), 1.
- Iswanto, R. J. (2012). PEMODELAN MATEMATIKA: Aplikasi dan Terapannya. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Kurniawan, A. (2017). APLIKASI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA MODEL EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK PADA PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA SURABAYA. MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology, 2(1), 139.

Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit: Teori, Aplikasi Dan Numerik*. Deepublish (CV. Budi Utama).

Nuraini, et al. (2018). APLIKASI PERSAMAAN DIFERENSIAL MODEL POPULASI EKSPONENSIAL DALAM ESTIMASI PENDUDUK DI KOTA BANDAR LAMPUNG. Prosiding: Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UIN Raden Intan Lampung, 402.

PAMUNGKAS, M. A. A. A. F. (2018). PEMODELAN MATEMATIKA PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA BANDAR LAMPUNG.

Statistik, B. P. (2019). *Kab.Minahasa dalam angka 2019*. Balikpapan: BPS Kab.Minahasa.

Sulaiman, H., & Putri, D. P. (2016). KAJIAN MODEL MATEMATIKA EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK DENGAN CONTOH APLIKASINYA PADA PERTUMBUHAN POPULASI BAKTERI PANTOEIA AGGLOMERANSI DI MEDIUM LURIA BERTANI CAIR SISTEM BATCH CULTURE. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, 689-690.

Suryani, I., & Khasanah, N. (2022). Model Eksponensial dan Logistik Serta Analisis Kestabilan Model Pada Perhitungan Proyeksi Penduduk Provinsi Riau. *Jurnal Fourier*, 11(1), 22-39.